

सांख्यिकीय पद्धती

महाराष्ट्रातील सर्व विद्यापीठांच्या कला व वाणिज्य पदवी आणि पदव्युत्तर (अर्थशास्त्र) अभ्यासक्रमाला उपयुक्त तसेच यु.जी.सी. च्या अभ्यासक्रमा नुसार नेट, सेट व सांख्यिकीय अधिकारी परीक्षेस उपयुक्त मराठीतील दर्जेदार ग्रंथ.

सांख्यिकीय पद्धती

Statistical Method

डॉ. राजेश गंगाधरराव उंबरकर

अर्थशास्त्र विभाग

नेताजी सुभाषचंद्र बोस महाविद्यालय, नांदेड-४३१६०२



सिध्दी प्रकाशन नांदेड, महाराष्ट्र.

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

ISBN No. 978-81-940206-0-8

© सर्व हक्क लेखकाधिन

*

प्रकाशक

सिद्धी पब्लिकेशन,

मारोती मंदिराजवळ,

भावसार चौक, तरोडा खु. नांदेड

मो. 9623979067

ईमेल – shrishprakashan2009@gmail.com

Website : www.wiidrj.com

*

अक्षर जुळवणी

डॉ. राजेश गंगाधराव उंबरकर

umbarkar.rajesh@yahoo.com

*

मुद्रक

अनुपम प्रिंटर्स

श्रीनगर, नांदेड. मो. 9175324437

*

प्रथम आवृत्ती

७ जून-२०२०

किंमत 175/- रु.

:: लेखकाचे मनोगत ::

“ कर्मण्येवाधिकारस्ते मा फलेषु कदाचन |
मा कर्मफल हेतुर्भूमा ते संगोस्त्वकर्मणि || ”

हे मानवा, कर्म करण्यापुरताच तुझा अधिकार आहे. फळ मिळणे केव्हाही तुझ्या अधिकारातील नाही. म्हणून तू अमूक फळ मिळणे असा हेतू ठेवून काम करणारा होवू नको आणि कर्म करण्याचाही आग्रह तू धरू नको.

याच विचारातून कोरोना वायरसच्या (लॉकडाऊन) काळात अनेक अडचणीन वर मात करत जसे मराठी टायपींग येत नव्हती ती शिकली, उपलब्ध होतील त्या फॉन्टमध्ये मी हे पुस्तक पूर्ण केले. त्यामूळेच या पुस्तकात वेगवेगळे फॉन्ट वापरले आहेत. पुस्तकाचे लिखाण काम पूर्वीच झाले होते. आर्थिक अडचणी मूळे टायपींग राहिले होते. पण कोरोना च्या काळात मला संगणक उपलब्ध करून दिले त्या बददल मी सरूवातीलाच श्री राजीव रामपूरकर यांचा मी कायम ऋण व्यक्त करतो.

संबंधीत पुस्तक सर्वसामान्य विद्यार्थ्यांची गरज लक्षात घेऊन लिहिले आहे. या पूर्वी प्रकाशित असलेले मराठीतील एकमेव पुस्तक **मूलभूत अर्थमिती** याला आपण सर्व वाचकांनी चांगला प्रतिसाद दिला (विशेषतः विद्यार्थी) त्या मी आपल्या सर्वांचा खूप अभारी आहे. असाच प्रतिसाद आता ही आपण द्याल अशी अपेक्षा.

सदरील पुस्तक हे बी. ए. व बी. कॉमच्या विद्यार्थ्यां बरोबरच संख्याशास्त्राचा अभ्यास करणाऱ्या सर्वांना उपयुक्त आहे. तसेच संख्याशास्त्राशी संबंधीत सर्व स्पर्धा परिक्षेस उपयुक्त आहे. या पुस्तकात अतिशय सोप्या शब्दात आणि अनेक उदाहरणांसह सांख्यिकी विषय मांडला आहे. विविध परिक्षेत गणिताशी संबंधीत उदाहरण पहिल्यांदाच एवढ्या मोठ्या प्रमाणात दिलेले आहे. गणितीय प्रक्रिया कशी करावी हे ही उदाहरणांसह स्पष्ट केली आहे. या मूळे सर्वसामान्याला सांख्यिकी विषय सहज शिकता येईल तसेच स्पर्धा परिक्षा लक्षात घेऊन बहुपर्यायी (MCQ) प्रश्नांचा संच ही यात दिला आहे. या पुस्तकामुळे या विषयाची आपल्याला गोडी निर्माण होईल असा मला विश्वास वाटतो.

या पुस्तकातून मूलभूत संख्याशास्त्राची ओळख होते. तसा हा विषय फार मोठा आहे, वेळे अभावि मूलभूत संख्याशास्त्राची ओळख या पुस्तकातून करुन

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

दिली आहे. या पुढील भाग हा पुढील येणाऱ्या माझ्या संख्याशास्त्राच्या ग्रंथात दिला आहे. सर्व सामान्यांना ओळख करून देणे हा या पुस्तकाचा हेतू आहे. अशा प्रकारचे पुस्तक आपल्या सर्वांच्या हाती देतांना मला आनंद होत आहे. सांख्यिकीचे अनेक दर्जेदार इंग्रजी माध्यमात पुस्तके आहेत पण विद्यार्थ्यांची अडचण लक्षात घेऊन आपल्या मातृभाषेत पुस्तक लिहिण्याचा प्रयत्न केला आहे. तसेच विद्यार्थ्यांचा कायम स्वरूपी आग्रह होता की, सर आपण पुस्तकाच्या माध्यमातून आमच्या सानिध्यात असावे. म्हणून त्यांची गरज व आग्रह लक्षात घेऊन या पुस्तकाची संकल्पना साकारली आहे.

हे पुस्तक लिहीतांना मला अनेक गुरुवर्यांचे आशिर्वाद लाभले यात अभिनव भारत शिक्षण संस्थेचे अध्यक्ष मा. श्री बालासाहेब पांडे , सचिव डॉ. कृ. म. जोशी , श्री. कैलाशचंदजी काला यांचा मी कायम ऋणी आहे व असाच आशिर्वाद माझ्यावर राहो हीच प्रार्थना करतो. विद्यार्थीदशेत असतांना मला लाभलेले गुरुवर्य आदरणीय प्रा. आर. सी. शिऊरकर, प्रा. राम देशमुख सर, प्रा. राम बिराडे सर, प्रा. डॉ. पी. ई. विभूतेसर व प्रा. के. जे. कांबळेसर यांच्या मार्गदर्शनांमूळेच मी हा विषय पुस्तकाच्या स्वरूपात आपल्यापर्यंत सूलभतेने मांडण्याचा प्रयत्न केला असून मी यांचा कायम ऋणी आहे. तसेच प्राचार्य डॉ. एस. व्ही. शिवणीकर, प्राचार्य डॉ. एस. जी. शिरोडकर, प्राचार्य डॉ. उदय जोशी, प्राचार्य डॉ. के. के. पाटील, प्रो. डॉ. अरूण तवरसर, प्रो. डॉ. एच. एस. पतंगे, डॉ. व्ही. व्ही. सुकाळे, डॉ. पी. निळकंठराव, प्रा. चौधरी, प्रो. टि. व्ही. मुंडे व ज्यांनी ज्यांनी मला प्रत्यक्ष व अप्रत्यक्ष मार्गदर्शन केले, मदत केली व प्रोत्साहन दिले असे माझे सर्व गुरुवर्य आणि सहकारी, मित्र परिवार आणि माझे कुटूंब या सर्वांचे मी आभारी आहे. या सर्वांची मला खुप मदत झाली.

आपल्या सर्वांच्या अपेक्षाना माझे पुस्तक निश्चित उतरेल असा विश्वास मी बाळगतो आणि परत लवकरच पुढील प्रकरणासह पुस्तक रूपाने आपल्या भेटीला येतो. असेच प्रेम माझ्या लिखनावर आपले असावे.

खुप खुप धन्यवाद ! मी आपला कायम ऋणी राहील !.....

डॉ. राजेश गंगाधरराव उंबरकर

अर्थशास्त्र विभाग,
नेताजी सुभाषचंद्र बोस महाविद्यालय, नांदेड.
मो. नं. ९६२३९७९०६७

अनुक्रमणिका Index

अ. क्र.	प्रकरणाचे नांव	पृ. क्र.
प्रकरण १	सांख्यिकीय पद्धती	७
प्रकरण २	सांख्यिकीय चौकशी किंवा सर्वेक्षणाची योजना	४१
प्रकरण ३	सांख्यिकीय माहितीचे संग्रहण	५६
प्रकरण ४	सांख्यिकीय चौकशीची संपूर्ण संग्रहण आणि नमुना पद्धती	७७
प्रकरण ५	वर्गीकरण व सारणीयन	९८
प्रकरण ६	आकृती व आलेखाद्वारे मांडणी	१११
प्रकरण ७	मध्यवर्ती मुल्याचे मोजमाप	१२७
	सरावासाठी प्रश्न	१९९
	MCQ's	२१९
	संदर्भग्रंथ	२४९

Syllabus

Course Contents:	Periods
Unit I - Introduction of Statistics	10
A) Meaning, Definitions and Scope of Statistics.	
B) Importance and Function of Statistics.	
C) Limitations of Statistics.	
Unit II - Collection of Data	20
A) Primary Data: Meaning and Definition. Methods of collecting Primary Data, Ideal Questionnaire.	
B) Secondary Data: Meaning, Definition and Sources of Secondary Data.	
C) Organization of Data : Classification , Frequency Distribution and Tabulation of Data.	
Unit III - Measures of Central Tendency	25
A) Mean: Simple, Discrete and Continuous Series.	
B) Median: Simple, Discrete and Continuous Series.	
C) Mode: Simple, Discrete and Continuous Series.	
D) Quartiles: Simple, Discrete and Continuous Series.	
E) Deciles: Simple, Discrete and Continuous Series.	
F) Percentiles: Simple, Discrete and Continuous Series.	

सांख्यिकीय पद्धती

Statistical Method

सांख्यिकीची ओळख :

मानव हा एक जिज्ञासू प्राणी आहे. त्यामुळे त्याने समाजातील येणाऱ्या समस्या व त्यांवरील समाधान काढण्यासाठी तो प्राचीन काळापासूनच कांही आकडेमोड करू लागला. व त्यातूनच सांख्यिकीय शास्त्राची निर्मिती झाली. सांख्यिकीय शास्त्र हे गुंतागुंतीचे असले तरी संख्यांना न घाबरता संख्यांचे वर्गीकरण, सारणीयन, व विविध सूत्रांच्या आधारे संग्रहीत माहिती सोपी करून निष्कर्ष काढले जातात.

थोडक्यात मानवाच्या संबंधातील सर्वच क्षेत्रात संख्याशास्त्राचा उपयोग केला जातो. यामुळे अर्थ समजण्यास सोयीचे जाते. त्यामुळे सांख्यिकी एक प्रभावी साधन आहे. सांख्यिकीच्या मदतीने प्रश्ना संदर्भातील कारणमिमांसा करता येते. सांख्यिकीच्या माध्यमातून विविध प्रश्नाचा अभ्यास करता येतो. म्हणूनच ज्या शास्त्रात संख्येद्वारे अभ्यास केला जातो त्याला सांख्यिकी म्हणतात. थोडक्यात संख्येशी संबंधीत असणारे शास्त्र म्हणजे सांख्यिकी होय. सांख्यिकीचे विधाने ही अर्थपूर्ण व समजण्यास सोयीची असतात.

सांख्यिकीय शास्त्रात संख्यांचे एकत्रिकरण करून संग्रहीत माहितीच्या आधारावर काही प्रक्रिया केल्या जातात. त्यासाठी विविध पद्धती व सूत्रांचा वापर केला जातो त्या आधारे माहितीचे विश्लेषण केले जाते म्हणून ही एक संख्यात्मक माहितीचे विश्लेषण करणारी पद्धती आहे तसेच ती निष्कर्ष काढण्याची पण एक पद्धती आहे.

सांख्यिकीचा वापर सर्व शास्त्रात केला जातो म्हणूनच ते मानवाच्या सर्वांगीन विकासाचा आधार असणारे शास्त्र आहे. उदा. कृषि शास्त्र, अर्थशास्त्र, समाज शास्त्र, जीवशास्त्र, रसायन शास्त्र, राज्यशास्त्र, व्यापार शास्त्र, वैद्यकीय शास्त्र, मानसशास्त्र, शिक्षणशास्त्र, इत्यादी. सर्व शास्त्रात या

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

पद्धतीचा उपयोग केला जातो. यामुळेच संख्याशास्त्राच्या आधारे सामाजिक, ऐतिहासिक, आर्थिक, नैसर्गिक, प्रायोगिक, व शारीरिक, प्रश्नांचा अभ्यास केला जातो या पद्धतीमुळे सामान्याकडून सर्व सामान्यांकडे जाता येते. गतकाळाच्या अनेक घटनांच्या नोंदी घेऊन भविष्यांचा वेध घेता येतो. म्हणजेच अंदाज वर्तविता येतो. तसेच भविष्यात निर्माण होणाऱ्या समस्यांवर नियंत्रण करून त्यावर उपाय सुचविता येतात यासाठी नियोजन आखता येते. म्हणूनच काय की, सरकारच्या, कंपन्यांच्या विविध खात्यामध्ये संख्या शास्त्राचा वापर केला जातो.

संख्याशास्त्राला इंग्रजीमध्ये Statistics म्हणून संबोधले जाते. सांख्यिकी ही शब्द केवळ संख्यात्मक विधानासाठी नसून ती एक ज्ञानाची नियमबद्ध शाखा आहे. जसे 'भारताची लोकसंख्या गेल्या १० वर्षात २० कोटीने वाढली आहे.' हे विधान सांख्यिकीय विधान आहे. परंतु "माझ्या रकमेवर दरवर्षी ५% नफा द्यावा" हे विधान संख्याशास्त्राशी निगडित नाही.

Statistics शब्द इटालीक Statics आणि जर्मनी Statistik पासून तयार झाला आहे. या शब्दाचा वापर हूपर एम. डी. यांनी १७७० मध्ये पहिल्यांदा केला.

संख्याशास्त्राचे आधुनिक काळात महत्व अधिक वाढले आहे. सरकारला व उद्योजकांना नियोजन व निर्णय घेण्यासाठी संख्याशास्त्राचा वापर करावा लागतो. आज लोक कल्याणासाठी धोरण ठरवावी लागतात. व ठरविलेल्या धोरणांची अंमलबजावणी करण्याकरीता संख्याशास्त्राची आवश्यकता असते. आज संगणकाच्या मदतीने संख्याशास्त्राच्या विविध प्रक्रिया पूर्ण केल्या जाऊ शकतात. म्हणूनच कोणतीही समस्या सोडविणे सोपे झाले आहे.

जगातील बहुतांश अद्भुत व महत्वाच्या बाबींचा शोध हा संख्याशास्त्राच्या साहाय्याने पूर्ण झाला आहे. कोणत्याही विषयाचा अभ्यास विकास, मांडणी, स्पष्टीकरण, व नियोजनासाठी संख्या शास्त्राचा वापर केला जातो. सांख्यिकीय पद्धतीच्या साहाय्याने जी माहिती उपलब्ध होते त्या माहितीचे विश्लेषण करून दोन किंवा त्यापेक्षा अधिक घटकातील अन्योन्य संबंध शोधून काढण्याच्या दृष्टीने ही पद्धती उपयुक्त ठरते. विज्ञानात आपल्या

सांख्यिकीय पद्धती

संभाव्य अनुमानास निःसंदिग्ध, नेमके व सुक्ष्म स्वरूप प्राप्त करून देण्याचे काम या पद्धतीचे असते. सांख्यिकीय पद्धती कार्यकारण संबंधाविषयी परिकल्पना (Hypothesis) सुचवू शकते. तसेच गृहितांचे परिक्षण करण्याच्या दृष्टीने पण ही पद्धती उपयुक्त आहे.

इ.स. १८६९ मध्ये क्युटले (Quetelet) यांनी सांख्यिकीच्या १८० अर्थाची सूची तयार केली होती. सांख्यिकी हा शब्द माहिती (data) तर कधी सांख्यिकीय पद्धती म्हणून वापरला जातो. व यावरूनच सांख्यिकीच्या व्याख्या दिल्या जातात.

सांख्यिकीच्या व्याख्या :

सांख्यिकीच्या व्याख्या विविध संख्या शास्त्रज्ञांनी वेगवेगळ्या पद्धतीने केल्या आहेत सांख्यिकीच्या सामान्यपणे दोन भागात किंवा मतप्रवाहात अर्थ स्पष्ट केला जातो.

१. प्राचीन मत प्रवाहानुसार व्याख्या

ब) आधुनिक मत प्रवाहानुसार व्याख्या

अ) प्राचीन मत प्रवाहानुसार :

१. ए. एल. बावले :(Bowley)

“सांख्यिकी म्हणजे मोजण्याचे किंवा मोजदात करण्याचे शास्त्र आहे.”

(Statistics is the Science of counting)

प्रत्यक्षात मात्र सांख्यिकी केवळ मोजण्याचे शास्त्र नसून यात आकड्यांचे वर्गीकरण, सारणीयन, व विश्लेषण करून (परिणाम) निष्कर्ष काढण्याचे एक शास्त्र आहे. तसेच हे गणित व बीजगणित इत्यादी पेक्षा भिन्न आहे तसेच बावलेच्या मते, “सांख्यिकी मध्याचा अभ्यास करणारे एक शास्त्र आहे.”

(Statistics may rightly be called the Science of averages)

परंतू बावलेच्या या व्याख्येत सांख्यिकीच्या इतर पद्धतीकडे दुर्लक्ष करून केवळ सरासरी मध्याच्या कार्याचाच विचार करण्यात आला आहे. प्रत्यक्षात मात्र अपकरण, विषमता, मध्य विचलन, सहसंबंध, आलेख, प्रतिपगमन समीकरण इत्यादी बाबींचा अभ्यास संख्याशास्त्रात केला जातो. तसेच बावलेंनी आपल्या Elements of Statistics या पुस्तकात असेही

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

म्हटले की, “सांख्यिकी असे शास्त्र आहे जे सामाजिक व्यवस्थेला संपूर्ण मानून त्याच्या सर्व रूपांचे मापन करते.”

थोडक्यात समाज जीवनाच्या विभिन्न अंगांचे संकलित रित्या मोजणी करणारे शास्त्र होय. Statistics is the Science of the measurement of the Social organism, regarded as a whole in all its manifestations” ही व्याख्या फक्त समाजशास्त्रापुरतीच मर्यादित झाली आहे. प्रत्यक्षात समाजशास्त्राबरोबर इतर शास्त्रात पण संख्याशास्त्राचा उपयोग होतो. म्हणून बावलेंनी हे मान्य केले की, सांख्यिकी एखाद्या शास्त्रापुरती मर्यादित नाही.

२. जे. एफ. बायलफेल्ड (J. F. Bielfeld) :

सांख्यिकी असे विज्ञान आहे की, “जे आपल्याला माहिती करून देते की, माहित असलेल्या विश्वातील संपूर्ण आधुनिक राज्यांची राजनैतिक व्यवस्था कशी आहे.”

“The Science that teaches us what is the political arrangement of all the modern states of the known world. ”

या व्याख्येने सांख्यिकीला केवळ राज्य व्यवस्थेपर्यंतच मर्यादित ठेवले असल्याने, ही अतिशय संकुचित व्याख्या आहे.

३. ए. एल. बॉडिंग्टन (A. L. Boddington) :

“सांख्यिकी हे संभाव्यता व अंदाज किंवा अनुमानाचे शास्त्र आहे.”

“Statistics is the Science of estimates and probabilistic बॉडिंग्टन यांनी ही व्याख्या आपल्या Statistics and their application to commerce” या पुस्तकात केली आहे. यात काहीच शंका नाही की, सांख्यिकीत अनुमान व संभाव्यता याचा खूप आधार घेतला जातो., पण हे वास्तविक व महत्वपूर्ण तथ्यांवर आधारित असतात. म्हणजेच कशाचा आधार नसलेले अनुमान न्याप्रमाणे असते. तसेच ही व्याख्या सांख्यिकीच्या अनेक पद्धतीपैकी एकाच पद्धतीचे उल्लेख करते. म्हणजे केवळ अंदाज बांधणे एवढेच सांख्यिकीचे कार्य आहे का ? नाही इतर कार्याकडे या व्याख्येने दुर्लक्ष केले आहे.

आधुनिक मत प्रवाहानुसार व्याख्या :

१. डब्लू. आय किंग (W. I. King) : यांनी आपल्या The Elements of Statistical method या पुस्तकात पुढील प्रमाणे व्याख्या केली. “सांख्यिकी असे शास्त्र आहे की, ज्यात मोजमाप, अनुमान, संकलन व विश्लेषण द्वारा प्राप्त निष्कर्षांचे प्राकृतिक व सामाजिक घटनांचे निर्णय करणारी पद्धती आहे.”

“The Science of Statistics is the method of judging collective natural or social phenomena from the results obtained by the analysis of an enumeration or collection of estimates”

या व्याख्येचे तीन महत्वपूर्ण भाग आहेत.

१. सांख्यिकीत प्राकृतिक व सामाजिक घटनांचे अध्ययन होते.
२. अभ्यासाचा आधार अनुमानावर प्राप्त आकडे आहेत.
३. अभ्यास हा सामुहिक रूपात होतो. व्यक्तीगत घटकात होत नाही. ही व्याख्या सांख्यिकीचा एक भाग निर्णय देणे यास जास्त महत्व देते परंतू सामग्री, संग्रहन व विश्लेषणाचा विचार करत नाही. ही या व्याख्येची मर्यादा आहे.

२. एफ.ई. क्रोझन व डी.जे. काउडन (F.E. Croxton, D.J. Cowden):

यांनी आपल्या “Applied General Statistics” या पुस्तकात पुढीलप्रमाणे व्याख्या केली आहे.

“संख्या माहितीचे संग्रहन, मांडणी, विश्लेषण, व प्रस्तुतीकरण म्हणजे सांख्यिकी शास्त्रे होय.”

“Statistics may be defined as the Collection, presentation, analysis and interpretation of numerical data.”

वरील व्याख्येत १) संग्रहण २) मांडणी ३) विश्लेषण ४) प्रस्तुतीकरण ह्या कार्यांचा समावेश आहे. तरी सांख्यिकीचे खरे स्वरूप यावरून स्पष्ट होत नाही.

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

३. सेलिगमन (Seligman) :

“सांख्यिकी हे असे शास्त्र आहे की, जे एखाद्या विषयावर प्रकाश टाकण्याच्या उद्देशाने एकत्रितरित्या केलेल्या आकड्यांचे संग्रहण, वर्गीकरण, मांडणी, तुलना आणि व्याख्या करण्याच्या पद्धतीचे विवेचन करते”

“Statistics is the Science which deals with the method of collecting classifying; presenting, comparing and in torpedoing numerical data collected to throw Some Light on any sphere of inquiry.”

ही व्याख्या परिपूर्ण आहे यात सांख्यिकीय पद्धतीतील विविध पद्धतीचा संबंध स्पष्ट केलेला आहे तसेच या व्याख्येत कोणत्याही विशिष्ट क्षेत्राची मर्यादा नाही. थोडक्यात निष्कर्षापर्यंत पोहोचण्यास आवश्यक टप्पे या व्याख्येत नमुद करण्यात आल्याने ही व्याख्या योग्य आहे.

४. लेव्हिट (Lovitt) :

सांख्यिकी असे शास्त्र आहे की ज्यात एखाद्या विषयाशी संदर्भित स्पष्टीकरण, वर्णन व तुलना करण्यासाठी आकड्यांचे संग्रहण, वर्गीकरण, व सारणीयन करते.

“Which deals with the collection classification and tabulation of numerical facts as the basis for explanation, description and comparison of phenomena.”

५. एम.जी.कॅन्डल (M.G. Kandall) :

संख्याशास्त्र हे शास्त्रांची अशी व्याख्या आहे. की, जी प्राकृतिक पदार्थांच्या गटांच्या गुणांचे मोजमाप व मापन केल्याने प्राप्त होणाऱ्या आकड्यांशी संबंधीत आहे.

“Statistics is the branch of scientific method which deals with the data obtained by counting or measuring the properties of populations of natural phenomena.”

या व्याख्येने या शास्त्राला केवळ प्राकृतिक शास्त्रापर्यंतच मर्यादित केले आहे. तसेच यात प्रमुख संख्याशास्त्रीय पद्धतीचा पण उल्लेख नाही.

६. होरिस सेक्रीट (Horace Secrist):

यांनी आपल्या An Introduction to statistical methods या पुस्तकात संख्याशास्त्रावर पुढीलप्रमाणे व्याख्या केली आहे.

सांख्यिकी अशा तथ्यांच्या बेरजेला किंवा संबधाला म्हणतात की, ज्या अनेक विध कारणांनी पर्याप्त मात्रेत प्रभावित होतात, ज्या संख्येत व्यक्त करता येतात, ज्यांचे मोजमाप किंवा गणना किंवा संभाव्यतेच्या शुद्धतेत एका योग्य स्तरानुसार केली जाते. व ज्यांना कोणत्याही पूर्व नियोजित उद्देशासाठी क्रमबद्ध पद्धतीने संग्रहीत केले जाते. आणि जे एक दुसऱ्याच्या संबंधीत उपस्थित केले जाते.

“Statistics are aggregates of facts, an affects to a maxtent by a multicity of causes, numerically expresses enumerates or estimated according to responsible standard of accuracy, collected in a systematic manner for a pre-determined purpose and placed in relation to each other”.

थोडक्यात या व्याख्येनुसार सांख्यिकी म्हणजे पूर्वनियोजित उद्देशानुसार एकत्रित/संग्रहीत केलेली माहिती असून हे संग्रहन शास्त्रीय पद्धतीने झालेले असते. ती संख्याची सरासरी असते. तसेच ती विविध कारणांनी प्रभावित झालेली असते. यात संख्येचे विवेचन करून अंदाज वर्तविला जातो. याद्वारे संख्यातील परस्पर संबंधाचा अभ्यास केला जातो. ही व्याख्या स्पष्ट स्वरूपाची आहे. तसेच ती सांख्यिकीची वैशिष्ट्ये सांगणारी आहे.

वरील सर्व व्याख्येवरून स्पष्ट होते. की, सांख्यिकीय तज्ज्ञामध्ये विषयाच्या व्याख्येसंबंधात अनेक मींभेद आहेत. याचे मुख्य कारण सांख्यिकीचे क्षेत्र खूप व्यापक व दिवसेदिवस विकसीत होत आहे.

सांख्यिकीची वैशिष्ट्ये/लक्षणे (Characteristics of Statistics) :

होरास सेक्रीस्ट यांच्या व्याख्येवरून खालील वैशिष्ट्ये दिसून येतात.

१. तथ्यांचे समुह / समुहाचे विश्लेषण
२. तथ्यांचे संख्यात्मक विवेचन
३. अनेक कारणांनी प्रभावित
४. योग्य मात्रेची शुद्धता

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

५. पद्धतशिरपणे संग्रहन
६. पूर्वनियोजित उद्देश / हेतू
७. परस्पर तुलना
८. गणना किंवा अंदाज

१) तथ्यांचे समूह / समुहाचे विश्लेषण:

सांख्यिकी हे आकड्यांचे समूह असून एकटी संख्या कधीच सांख्यिकी असू शकत नाही थोडक्यात समुहाच्या आधारावर काढलेले माध्य हा सांख्यिकीचा विषय असतो. एका व्यक्तीचे उत्पन्न सांख्यिकी होवू शकत नाही तर अनेक प्रहारे उत्पन्न किंवा अनेक व्यक्तीचे उत्पन्न सांख्यिकी होऊ शकते. थोडक्यात सांख्यिकीचा अंक हा समुहाचे प्रतिनिधित्व करींारा असतो.

उदा. रमेशचे उत्पन्न १,००,००० रूपये आहे. सांख्यिकी होऊ शकत नाही पण नांदेड शहराचे उत्पन्न सरासरी १०,००,००० रू. आहे हे विधान सांख्यिकी आहे. कारण ही संख्या अनेक व्यक्तीच्या उत्पन्नावर आधारित आहे. तसेच केवळ संख्याचे संग्रहण म्हणजे सांख्यिकी नाही तर संग्रहीत केलेल्या संख्या ह्या कोणाचे तरी प्रतिनिधित्व करींन्या असाव्यात थोडक्यात सरासरी काढलेली संख्या ही प्रतिनिधित्व करींरी संख्या असते.

२) तथ्यांचे / माहितीचे संख्यात्मक विवेचन:

चांगले-वाईट, तरुण-म्हातारा, गरीब-श्रीमंत, काळा - गोरा, इत्यादीचे सांख्यिकीत अध्ययन होत नाही म्हणजेच रमेश गोरा आहे. हे विधान सांख्यिकीत येत नाही थोडक्यात सांख्यिकी संख्यात्मक विवेचन केले जाते ना की गुणात्मक. गुणात्मक विश्लेषणात परिपूर्णता, स्पष्टता नसते गुणात्मकतेत व्यक्ती निष्ठता अधिक असते. परंतू याचे मोजमाप करता येत नाही. उदा. अजय हा फार हूशार आहे. पण याची हूशारी मोजता येत नाही पण त्याला प्राप्त गुण यावरून हूशारी मोजता येते जसे त्याला १०० पैकी १०० गुण प्राप्त झाले असते. म्हणून संख्याशास्त्रात संख्यात्मक विवेचन असते. गुणात्मक नाही.

३) अनेक कारणांनी प्रभावित:

कोणत्याही विषयात होणाऱ्या परिवर्तनास केवळ एकच कारण असते असे नाही तर होणारे परिवर्तन अनेक कारणांनी प्रभावित झालेले असते उदा.

सध्या वाढत जाणारी महागाई याला एकच कारण असू शकत नाही तर विविध कारणांनी प्रभावित झालेली असते. जसे मागणी, पुरवठा, आयात, निर्यात, दुष्काळ व लोकसंख्या इ. अनेक कारण होय. यांचा अभ्यास सांख्यिकीत केला जातो केवळ एका कारणाने प्रभावित असलेल्या घटकांचा अभ्यास सांख्यिकीत केला जात नाही.

थोडक्यात अनेकविू कारणांनी प्रभावित होणाऱ्या घटकांचा अभ्यास करणारे शास्त्र म्हणजे सांख्यिकी होय.

४) योग्य मात्रेची शुद्धता:

संग्रहित करीत असलेली माहिती ही योग्य मात्रेत म्हणजेच ती शुद्ध स्वरूपात अचूक रित्या मांडलेली असावी, या मात्रेची शुद्धता त्या संशोधनाच्या उद्देश, क्षेत्र, व साधनावर आधारीत असते. जसे नांदेड ते औरंगाबाद यातील अंतर किलोमिटर या सारख्या शुद्ध मापन पद्धतीत अपेक्षित आहे. यावरून आपल्याला योग्य मात्रा कळते व ती अचूक (सत्य) असते.

५) पद्धतशीर संग्रहण:

सांख्यिकीय माहिती ही एका निश्चित योजनेनुसार किंवा शास्त्रीय पद्धतीने सुव्यवस्थित रित्या संग्रहित केली गेली पाहिजे कारण सांख्यिकीच्या माहितीचे संग्रहण एका विशिष्ट उद्देशाने होत असते या उद्देशाची कल्पना संग्रहकाला असली पाहिजे. म्हणजेच संग्रहकाला सांख्यिकीय माहिती गोळा करण्याचा अनुभव असावा. जेणेकरून माहिती संग्रहित करतांना त्याला कोणतीही अडचण निर्माण होणार नाही. व तो आपल्या पुर्वानुभवावरून विवेकाने काम करेल माहिती गोळा करण्याच्या अनेक पद्धती आहेत. जसे प्राथमिक चौकशी, किंवा दुय्यम चौकशी यात पद्धती पण अनेक पद्धती आहेत या पैकी कोणत्या पद्धतीचा वापर करावयाचा ते ठरविणे आवश्यक आहे. तेव्हाच होणारी चौकशी किंवा संग्रहित माहिती शास्त्रोक्त पद्धतीने करता येईल. अशा शास्त्रोक्त पद्धतीने संग्रहित केलेल्या माहितीचे निष्कर्ष हे अचूक असतात. अन्यता अशास्त्रीय पद्धतीने गोळा केलेली सांख्यिकीय माहितीचे निष्कर्ष चूक ठरतात. म्हणून संग्रहित करण्यात येणारी माहिती पद्धतशीर असावी.

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

६) पूर्वनियोजित उद्देश / हेतू :

त्याच संख्यांचे संकलन केले जाते ज्यांचा काही पूर्व नियोजित उद्देश असा. विना उद्देशाचे आकडे हे समंक किंवा सांख्यिकी नसते थोडक्यात संख्यात्मक विधानाचा उगम हा विशिष्ट उद्देशाने झालेला असतो. कोणत्याही पूर्वनियोजित उद्देशाशिवाय संग्रहीत केलेली माहिती ही असंबंध विजातीय व अनावश्यक असते थोडक्यात सांख्यिकीय माहिती संकलीत करण्यामागे सर्वेक्षकाचा एक पूर्वनियोजित हेतू असतो.

७) परस्पर तुलना :

तुलना करणे हे सांख्यिकीचे महत्वाचे कार्य आहे तुलना ही केवळ त्याच गटात होऊ शकते जे की, सजातीय व एकरूप असतील म्हणजेच एक सारख्या वस्तुंची एक सारख्या वस्तुंशी तुलना होऊ शकते थोडक्यात मोटार सायकलच्या उत्पादनाची तुलना ज्वारीच्या उत्पादनाशी होऊ शकत नाही. सांख्यिकीत स्थल, काल, व परिस्थिती ह्या दृष्टीकोणातून तुलना केली जाते.

तुलना करतांना आजच्या गव्हाचे उत्पादन मागील १० वर्षांच्या उत्पादनाशी कालानुरूप करता येते तसेच ते रासायनिक खत वापरल्यावर व रासायनिक खत न वापरता प्राप्त होणारे गव्हाचे उत्पादन यांच्यात तुलना परिस्थितीनुसार करता येते.

थोडक्यात सांख्यिकी म्हणजे संख्यामधील परस्पर संबंध सांगणे होय यातून दोन घटकातील परस्पर संबंध लक्षात येतो.

८) गणना किंवा अंदाज :

सांख्यिकीय माहितीचे संग्रहण हे गणना किंवा अंदाजाद्वारे केले जाते. गणनेद्वारे माहिती एकत्रित करणे ही फार लांबची प्रक्रिया आहे गणना करून समांकाची प्राप्ती होते किंवा सांख्यिकीय पद्धतीवरून अनुमान / अंदाज काढता येतो.

थोडक्यात सांख्यिकी हे अंदाज वर्तविण्याचे शास्त्र आहे. उदा. २००१ च्या व २०११ च्या लोकसंख्येला अन्नधान्य एवढ्या प्रमाणात लागले होते यावरून २०२१ साली भारताची लोकसंख्या एवढी असेल त्यावरून एवढ्या लोकसंख्येला लागणारे अन्नधान्य, वस्त्र, निवारा, एवढा असावा असा

असे नियोजन करत अंदाज वर्तुन नियोजन आखत असतात. हे अंदाज १००% खरे ठरतात असे नाही पण ते सत्याच्या जवळ जाणारे असतात.संख्याची सत्यता प्रश्नांचे स्वरूप व चौकशीचा उद्देश यावर आधारीत असते.

वरील व्याख्याच्या आधारे निर्माण झालेल्या वैशिष्ट्यांच्या आधारे जी माहिती संख्यात्मक असते त्याला सांख्यिकी असे म्हणतात म्हणजेच ह्या माहितीत वरील व्याख्यानुसार वैशिष्ट्ये असणे आवश्यक आहे. ह्या सर्व व्याख्या सांख्यिकीचा अभ्यास विषय कोणता आहे हे सांगतात व त्याद्वारे सांख्यिकीय पद्धतीचा शास्त्रीय क्रम लावला जातो.

सांख्यिकीचे स्वरूप : (Nature of statistics)

सांख्यिकी हे विज्ञान / शास्त्र आहे की कला आहे या संदर्भात वाद असला तरी सांख्यिकी हे विज्ञान आहे अथवा नाही हे समजण्यासाठी शास्त्र / विज्ञान म्हणजे काय हे प्रथम समजून घ्यावे लागेल शास्त्र या शब्दाला इंग्रजीत Science हा पर्यायी शब्द आहे शास्त्र ही केवळ एक पद्धती नसून विज्ञान असे शास्त्र आहे की ज्यात आपल्याला ज्ञान हे क्रमबद्ध व व्यवस्थित रूपात प्राप्त होते वाइनकेयर यांच्या शब्दात “शास्त्र तथ्यांनी अशाप्रकारे तयार झाले आहे की, ज्याप्रकारे दगडापासून घर बनवले जाते परंतू केवळ तथ्यांच्या एकत्रीकरणाला विज्ञान म्हणले जाऊ शकत नाही ज्याप्रकारे दगडाच्या एकत्रीकरणाला घर म्हणले जाऊ शकत नाही”

थोडक्यात एखाद्या शाखेला विज्ञान / शास्त्र तेंव्हाच म्हणले जाऊ शकते जेंव्हा त्याचे अध्ययन क्रमबद्ध असेल, त्याचे स्वतःचे असे नियम व सिद्धांत असावेत, असलेले सिद्धांत कारण व परिणामांना संबंधीत करणारे असावेत, यांचे नियम समान रूपात व्यापक असावेत व त्यात पूर्वानुमानाची क्षमता असावी.

वरील बाबी संख्याशास्त्राला लागू पडतात. म्हणून सांख्यिकी हे एक शास्त्र आहे. असे म्हणण्यास हरकत नाही कारण ही अशी शाखा आहे की येथे तथ्यांना व्यवस्थित क्रमबद्ध पद्धतीने संग्रहित केले जाते व त्याचे प्रस्तुतीकरण व विश्लेषण एक विशिष्ट अशा नियोजित क्रमात केले जाते तसेच सांख्यिकीचे स्वतःचे असे सर्वव्यापी नियम आहेत. जसे संभाव्यता

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

सिद्धात संख्यात्मक तथ्यांच्या संग्रहणाद्वारे घटनेचे वर्णन करून त्यांच्या कारण व परिणामासंबंधीत विवेचन करून निष्कर्ष काढणे ही सांख्यिकीची मुलभूत क्रिया आहे. पूर्वानुमान ही सांख्यिकीच्या पद्धतीतील एक पद्धती आहे. याद्वारे लोकसंख्या व किंमत इत्यादीच्या संदर्भातील पूर्वानुमान काढले जातात. वरील सर्व विचार करता असे म्हणता येईल संख्याशास्त्र विज्ञान आहे.

सांख्यिकीत विषया शी संबंधीत माहितीचे वर्गीकरण व त्याआधारे सत्य शोधले जातात जे की, विज्ञानाचे कार्य आहे संख्याशास्त्रात विज्ञानाप्रमाणेच सूत्रबद्धता, वस्तुनिष्ठता, अनुभवप्रामाण्यता, पद्धतीचा अवलंब व परस्परावर अवलंबून असलेली रचना आढळून येते. परंतू कांही संख्या शास्त्रीयांच्या मते सांख्यिकी हे विज्ञान नाही तर ही एक वैज्ञानिक पद्धती आहे. (Statistics is not a Science; it is a Scientific method)

असे क्राक्सटन व क्राउडेन (Croxtan and Cowden) यांनी आपल्या Applied General Statistics या पुस्तकात म्हणाले आहेत. त्यांच्या मते सांख्यिकीचा उपयोग प्रत्येक विज्ञानाच्या संशोधनात संशोधन कर्त्याद्वारे केला जातो. त्यामुळेच त्यांनी असे म्हटले आहे. याचा अर्थ असा नाही का? सांख्यिकी एक विज्ञान नाही आहे प्रत्यक्षात सांख्यिकी हे केवळ एक विज्ञानच नाहीत ती एक वैज्ञानिक पद्धती पण आहे. ज्याचा साधन म्हणून सर्व वैज्ञानिक विज्ञानात वापर करतात.

सांख्यिकी ही एक कला पण आहे. विशिष्ट उद्देश साश्रय करण्याच्या दृष्टीने उपलब्ध परिस्थितीत घटनेला / प्रश्नांना हाताळण्याच्या कौशल्यांना कला म्हणतात कला ही ज्ञानाची अशी शाखा आहे की जी नियोजित उद्देशाच्या पूर्ततेसाठी सर्वोत्तम पद्धती सांगते कला हे सिद्धांताला व्यावहारिक रूप प्रदान करीत असते. कलेद्वारे एखाद्या समस्येचे उत्तर शोधले जाते. तसेच कला ही तथ्यांना प्राप्त करण्याचे उपाय सांगते कलेसाठी विशेष अशी साधना, चतुराई, अनुभव, व आत्मसंयमाची आवश्यकता असावी लागते.

कलेच्या रूपात सांख्यिकी आपल्याला सांगते की, वेगवेगळ्या प्राकृतिक व सामाजिक समस्येचे सर्वोत्तम उत्तर / लपाय काय असू शकते. सारणीयन व चित्राद्वारे प्राप्त सामुग्रीच्या प्रदर्शनाचे कार्य कलेच्या अंतर्गत येते.

वरील विवेचनानुसार स्पष्ट होते की, सांख्यिकी हे शास्त्र / विज्ञान व कला दोन्ही आहे. परंतु सांख्यिकी हे जरी शास्त्र / विज्ञान असले तरी ते इतर विज्ञानाप्रमाणे अचूक असू शकत नाही. हे येथे लक्षात घ्यावे. सांख्यिकी कला यामुळे आहे की, निरनिराळ्या घटकांची माहिती यात गोळा केली जाते. त्यासाठी मानवी कौशल्य असणे आवश्यक आहे. हे कौशल्य सांख्यिकीत आहे.

सांख्यिकीची व्याप्ती : (Scope of statistics)

सांख्यिकीची व्याप्ती ही दिवसेंदिवस वाढत असून तीची व्याख्या करणे अवघड आहे. आज सांख्यिकी हे जगातील सर्व प्रश्नांचे उकल करणारी एक पद्धती अथवा सून म्हणून तिच्याकडे पाहिले जाते. सर्व शाळांमध्ये सांख्यिकीचा आधार घेतला जातो. सांख्यिकीचा उपयोग केल्याशिवाय जगातील हुठलाही प्रश्न सोडविणे शक्य नसल्याने सांख्यिकीच्या व्याप्तीला एका मर्यादित व्याख्येत बसविणे शक्य नाही.

सांख्यिकी हे सर्व संशोधनाचा आधार आहे. तसेच सर्व शाखांमध्ये तिचा उपयोग केला जातो. सांख्यिकी एक असे तंत्र म्हणून समोर आले आहे की, या साधनाचा वापर केल्याशिवाय कोणतेही संशोधन पूर्ण होऊ शकत नाही. अर्थशास्त्र, समाजशास्त्र, बाजार, व्यापार, उद्योग, वाणिज्य, कृषि, विज्ञानातील जीवशास्त्र, रसायन शास्त्र भौतिकशास्त्र, वनस्पती शास्त्र, मानसशास्त्र, शिक्षणशास्त्र, व सर्व नैसर्गिक शास्त्रे इत्यादी सर्व शास्त्रांमध्ये सांख्यिकीचा उपयोग होतो. आज आपण मंगळावर यान पाठवू शकणारे देखील संख्याशास्त्राच्या आधारेच होय सांख्यिकी वरील प्रमाणे विविध क्षेत्रात वापरली जाते. त्यातील कांही क्षेत्राशी सांख्यिकीचा असलेला संबंध अभ्यासल्यावर तिच्या व्याप्तीचा अंदाज येऊन जातो.

१) सांख्यिकी आणि गणित :

वास्तवात सांख्यिकी हा गणिताचाच एक भाग आहे. गणिताचा व सांख्यिकीचा मुख्य आधार आकडे आहेत सांख्यिकीच्या विविध पद्धती जसे, समांतर मध्य, प्रमाण विचलन, सहसंबंध, आकृती, आलेख, इत्यादी गणितांच्या सिद्धांतावरच आधारित आहेत. सांख्यिकीच्या विकासात अनेक गणित तज्ञांनी सहाय्यता केली आहे. उदा. कार्ल पिअर्सन फिशरच्या मते

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

सांख्यिकी विज्ञानाचे ते रूप आहे जे की, व्यावहारिक गणित आहे त्यामुळे ही एक गणिताचीच शाखा आहे. गणितात ज्याप्रमाणे विविध नियम असतात त्याप्रमाणे सांख्यिकीत पण विविध नियम असतात.

२) सांख्यिकी व अर्थशास्त्र :

सांख्यिकी व अर्थशास्त्राचा संबंध हा अतूट असून सांख्यिकी अर्थशास्त्राचा आधार आहे. कारण अर्थशास्त्रातील वेगवेगळे नियम सांख्यिकीशिवाय पूर्णत्वाला येत नाहीत. सांख्यिकीमुळे अर्थशास्त्राच्या अभ्यास विषयाला पूर्णत्व येते व संख्यात्मक स्वरूप देता येते. १८९० मध्ये प्रसिद्ध अर्थशास्त्री आल्फ्रेड मार्शल यांच्या मते अर्थव्यवस्थेतील व इतर कृीले ही आर्थिक प्रश्न सोडविणे किंवा समजून घेणे सांख्यिकी शिवाय शक्य नाही त्यामुळे सांख्यिकीचा आर्थिक प्रश्न समजून घेण्यासाठी व सोडविण्यासाठी खूप उपयोग होतो. सांख्यिकीमुळे आपण सत्याच्या अधिक जवळ जाऊ शकतो.

एनिजलचा यूम, माल्थसचा लोकसंख्याचा सिद्धांत, मागणीचा नियम, विनिमय ववितरणाचा नियम, इत्यादी आर्थिक सिद्धांतची तपासणी ही संख्यात्मक विश्लेषणाद्वारेच शक्य आहे. खरेतर अर्थशास्त्राच्या सिद्धांताचे प्रतिपादन हे सांख्यिकीच्या व्यावहारिक ज्ञानातून होते. आकड्यांच्या आधारावरच योग्य आर्थिक नियोजन व निती निर्धारित होत असते. आर्थिक विकासाचे नियोजन आखण्यात व योजना करण्यास सांख्यिकीची मदत घ्यावी लागते. त्यामुळेच अर्थमितीची निर्माती झाली आहे. कारण अर्थमितीचा प्रमुख उद्देश सांख्यिकीला अर्थशास्त्रात अधिक उपयुक्त बनविणे होय. सांख्यिकी शिवाय अर्थशास्त्राला विज्ञानाचे / शास्त्राचे स्वरूप प्राप्त होऊ शकत नाही.

सर्व प्रकारचे नियोजन आखण्यासाठी विविध प्रश्न सोडविण्यासाठी आर्थिक बाबींवर नियंत्रण ठेवण्यासाठी अर्थशास्त्रात सांख्यिकीचा उपयोग केला जातो.

३) सांख्यिकी आणि शासन :

संख्याशास्त्राचा उगम विकास व व्याप्ती प्रामुख्याने शासन दरबारात झाल्याचे दिसून येते पूर्वीच्या काळी राज्याचे कर्तव्य हे अंतर्गत संरक्षण व सुव्यवस्था एवढीच मर्यादीत होती त्याकाळात पण राज्याच्या उत्पन्न व

खर्चाचा रभ्यास सांख्यिकीवरच अवलंबून होते. परंतू आज शासनाच्या जबाबदाऱ्या वाढल्या आहेत. त्यातून कल्याणकारी राज्याची संकल्पना समोर आली आहे. सामाजिक कोणत्याही प्रश्नाचा अभ्यासासाठी सार्वजनिक कल्याणासाठी सांख्यिकी खूप उपयुक्त ठरत आहे सांख्यिकीद्वारे केवळ प्रश्न सोडविले जात नाहीत त्यासाठी नियोजन व उपाय योजना पण आखता येतात. म्हणूनच आज सरकारच्या सर्व खात्यांना एक सांख्यिकीय अधिकारी जोडलेला असतो व तसेच सांख्यिकीचा विभाग स्वतंत्र स्थापन करण्यात आलेला असतो. यांच्यामार्फत निरनिराळी माहिती जमा केली जाते त्यांचे विश्लेषण करून संबंधीत माहिती प्रसिद्ध केली जाते. सांख्यिकीशिवाय सरकार किंवा संशोधक एखाद्या प्रश्नाची उकल करू शकत नाही व योग्य निष्कर्षापर्यंत पोहंचू शकत नाही.

४) सांख्यिकी व इतर सामाजिक शास्त्रे :

इतर सामाजिक शास्त्रात पण सांख्यिकीचा जवळचा संबंध आहे. उदा. समाजशास्त्र, मानसशास्त्र, नितीशास्त्र, राज्यशास्त्र, इतिहास व भूगोल, इत्यादी सर्व शास्त्रातील सिद्धांताची मांडणी व त्यांचे खंडण सांख्यिकीशिवाय होऊच शकत नाही. कारण या सर्व शास्त्रातील समस्या ह्या सामाजिक स्वरूपाच्या असतात. जसे बेकारी, अपराध, प्रवृत्ती, विधवा समस्या, निरक्षरता, इत्यादी यासारख्या सर्व समस्यांचे समाधान सांख्यिकीद्वारे करता येऊ शकते. म्हणून क्रक्सटन व काउडेन यांच्या मते, “सांख्यिकीच्या पर्याप्त माहिती शिवाय सामाजिक शास्त्रातील कोणतेच संशोधन संशोधन कर्ता पूर्ण करू शकत नाही. कारण सांख्यिकीच्या आधाराशिवाय पूर्ण करू शकत नाही. कारण सांख्यिकीच्या आधाराशिवाय केलेले संशोधन हे एका अशा व्यक्तीच्या समान आहे. तो जो अंधारात एका खोलीत काळ्या रंगाची मांजर शोधण्याचा प्रयत्न करत आहे. जी की तेथे अस्तित्त्वच नाही”

५) सांख्यिकी व नैसर्गिक किंवा प्राकृतिक शास्त्र :

सांख्यिकीचा उपयोग किंवा वापर केवळ सामाजिक शास्त्रापुरताच मर्यादित नसून तिचा वापर नैसर्गिक शास्त्रात म्हणजेच रसायनशास्त्र, भौतिकशास्त्र, जीवशास्त्र, पर्यावरणशास्त्र, खगोलशास्त्र, शरीरशास्त्र, व

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

ऋतुशास्त्र, अशा विभिन्न शास्त्रात केला जातो. सांख्यिकी ही नैसर्गिक शास्त्राच्या संशोधनाची एक पद्धती आहे. ज्याप्रमाणे जीवशास्त्रात दोन जीवातील वंश परंपरेनुसार गुणधर्माचे हस्तांतरणाचे विश्लेषण करण्यासाठी सहसंबंध, प्रतिमगमन (समाक्षयन) इत्यादी सांख्यिकीय पद्धतीचा वापर केला जातो. तसेच वनस्पतीच्या वाढीसाठी वाढीवर जमीनीच्या प्रकाराचा, खतांचा, पावसाचा, तापमानाचा, इ. घटकांचा काय परिणाम होतो. हे लक्ष्मी घेण्यासाठी सांख्यिकीचाच वापर करावा लागतो. थोडक्यात सांख्यिकीचा सर्व शास्त्राशी संबंध येतो. सांख्यिकीमुळे जून्या सिद्धांताची पडताळणी पण करता येते. नैसर्गिक शास्त्रातील प्रयोगांचे होणारे परिणाम व त्याचे विश्लेषण आणि निष्कर्ष काढण्यासाठी सांख्यिकीचा अत्यंत उपयोग होतो. त्यामुळेच सांख्यिकी हे सर्व शास्त्रात आवश्यक असणारी बाब आहे.

६) सांख्यिकी आणि (व्यवसाय) व्यापार :

आज व्यवसायाचे स्वरूप पूर्ण पणे बदलले आहे पूर्वी छोट्या प्रमाणात व्यवसाय असल्याने लागणारे भांडवल कमी असायचे पण आज मोठाले उद्योग सुरु होत आहेत. शिवाय उद्योगांनी संख्याही वाढली आहे त्यातून स्पर्धा वाढली आहे. त्यामुळे व्यवसाया संबंधीचे निर्णय होणे सोपे राहिले नाही या निर्णयावरच व्यवसायाचे यश व अपयश अवलंबून असते. निर्णय घेतांना समस्यांची संपूर्ण माहिती मिळविली जाते. संख्यात्मक माहितीच्या आधारे सांख्यिकीय पद्धतीचा उपयोग करून निर्णय घेतले जातात. ग्राहकांच्या आवडी-निवडी, बाजारातील बारकावे, व्यवसायातील अनिश्चितता धोके इत्यादी बाबी समजण्यासाठी सांख्यिकीचा वापर केला जातो. पुढील अंदाज वर्तवून उत्पादन करावे लागते. त्यासाठी सांख्यिकीचे तंत्र उपयुक्त ठरते. सांख्यिकी हे व्यापाराच्या दृष्टीने अत्यंत उपयुक्त पडणारे शास्त्र आहे. पसंगी कामगार मालक यांच्या संबंधाचा पण अभ्यास करावा लागतो व्यवस्थापकाचा अनुभव व ज्ञान सांख्यिकी मुळे वृद्धीगत होतो व्यवसायातील गुणवत्ता टिकून ठेवता येते. परिस्थितीनुसार होणारे बदल लक्षात घेता येतात. वेतन, लाभ, नफा, व्याज व भविष्याचा वेध सांख्यिकीमुळे शक्य होतो.

७) सांख्यिकी आणि नियोजन :

सरकारला अनेक उद्दिष्ट्ये साध्य करण्यासाठी नियोजन आखावे लागतात. त्यासाठी सध्या उपलब्ध साधने व त्याद्वारे प्राप्त होणारे साध्य यांचा अभ्यास करून नियोजन आखले जाते. या नियोजनासाठी मागिल काळातील संख्यात्मक माहिती गोळा करून त्याआधारे भविष्यात होणारे बदल लक्षात घेऊन नियोजन तयार केले जाते. नियोजनाच्या आधारेच देशाचा आर्थिक सामाजिक विकास होऊ शकतो. या कार्यासाठी संख्याशास्त्र महत्वाची भुमिका बजावत असतो. ज्याप्रमाणे सरकार नियोजन आखत असते त्याचप्रमाणे उद्योगात उद्योजक पण नियोजन लावत असतो किंवा करीत असतो. या सर्व नियोजनांचा पाया हा सांख्यिकीय पद्धती असते. नियोजनात सांख्यिकीय उद्दिष्ट्ये ठरविली जातात. म्हणजेच नियोजनकाराजवळ सर्व सांख्यिकीय माहिती असणे आवश्यक असते. त्याच्या आधारे विश्लेषण केले जाते. व निष्कर्ष काढले जातात. थोडक्यात नियोजनकाराजवळ सांख्यिकीय माहिती असणे आवश्यक आहे. अन्यथा नियोजन करणे शक्य नसते.

८) सांख्यिकी आणि संशोधन :

जगात होणारे कोणतेही संशोधन मग ते कोणत्याही शास्त्रातील का असेना त्याचा प्रमुख आधार सांख्यिकी हाच असतो. त्याशिवाय संशोधन कार्य पूर्ण होऊ शकत नाही म्हणूनच संशोधन कर्त्याला सांख्यिकीचे ज्ञान असणे गरजेचे असते सांख्यिकी हे सर्व शास्त्रांना उपयुक्त ठरणारे अवजार किंवा तंत्र असून त्याच्या मदतीशिवाय संशोधनाचा अर्थ उमगत नाही. उदा. रासायनिक खताद्वारे पिकांची होणारी वाढ/उत्पादन व नैसर्गिक खताद्वारे पिकांची होणारी वाढ/उत्पादन याचा अभ्यास करतांना सांख्यिकीचा उपयोग घेतला जातो. सांख्यिकीमुळे जटिल तथ्यांना व्यवस्थित रूप दिले जाते. तसेच सामान्य नियम व सिद्धांताचे प्रतिपादन केले जाते. संशोधनाच्या अनुभवाचा विकास होऊन सामाजिक संशोधनात विश्लेषण व केंद्रीय प्रवृत्तीचे मापन करण्यासाठी सांख्यिकीचा उपयोग होतो.

थोडक्यात सांख्यिकीची व्याप्ती ही अमर्याद स्वरूपाची आहे. कारण तिचा उपयोग विभिन्न क्षेत्रात केला जातो. तसेच मानवी कल्याण साध्य करण्यासाठी ती उपयुक्त अशी पद्धती आहे.

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

सांख्यिकीचे कार्य : (Function of statistics)

सध्याच्या काळात सांख्यिकीची व्याप्ती किंवा कार्यक्षेत्र खूप मोठ्या प्रमाणात व्यापक/ विस्तृत झाले आहे. कारण सांख्यिकी अनेक महत्त्वपूर्ण कार्य संपन्न करीत आहे. सांख्यिकीमुळे बिनचूक माहिती गोळा होऊन, यांग्य पद्धतीचा वापरामुळे तर्कसंगत निर्णय घेता येतो. हे सांख्यिकीचे महत्त्वपूर्ण कार्य असले तरी थोडक्यात सांख्यिकीची महत्त्वाची कार्ये खालीलप्रमाणे सांगता येतील.

१. समस्यांना किंवा वस्तुस्थितीला निश्चितता प्रदान करते.
२. जटिल माहितीला अर्थपूर्ण स्वरूप देते.
३. सांख्यिकी तुलनात्मक अध्ययन करण्याची सुविधा देते.
४. सांख्यिकी व्यक्तीगत ज्ञान व अनुभवात वृद्धी करते.
५. सर्व शास्त्रातील प्राचीन नियमाची सत्यता पडताळते व नवीन नियम तयार करण्यास सांख्यिकी मदत करते.
६. सांख्यिकी माहितीचे वर्गीकरण करते.
७. धोरण/निती निर्धारणार्थ सांख्यिकी उपयुक्त आहे.
८. सांख्यिकीद्वारे अनुमान हाढता येते.
९. सांख्यिकीद्वारे तथ्यांमधील सहसंबंधाचा अभ्यास करता येतो.
१०. सांख्यिकीच्या मदतीने परिस्थितीचा अर्थबोध होतो.
११. सांख्यिकीद्वारे गृहित ठरवून त्यांची चाचणी करता येते.

१) समस्यांना किंवा वस्तुस्थितीला निश्चितता प्रदान करते :

जोपर्यंत एखाद्या तथ्यांला आपण संख्येत दर्शवित नाहीत तोपर्यंत आपले ज्ञान अल्प व अपर्याप्त असते. ज्याप्रमाणे महागाईचा अनुमान रापण लावू शकत नाही जोपर्यंत किमतीचा निर्देशांक तयार केला जात नाही म्हणजेच संख्येत एक प्रकारची अचूकता असते त्यामुळे साधारण विधानापेक्षा संख्यात्मक विधाने आपल्याला पटणारी असतात. उदा. मागील वर्षी महागाई दर हा ६% होता तो यावर्षी १०% झाला. हे विधान महागाईचा प्रश्न समजण्यासाठी व समजून देण्यासाठी उपयुक्त आहे. कारण यासाठी सांख्यिकीचा वापर करण्यात आला. केवळ महागाई मागच्या वर्षापेक्षा जास्त आहे. हे असे म्हणणे निश्चितता प्रदान करणारे नाही. थोडक्यात सांख्यिकीय

विधान हे निश्चित व संक्षिप्त असतात. त्यामुळे वस्तुस्थिती लक्षात येते. म्हणूनच सांख्यिकी सर्वच क्षेत्रात उपयोगाची आहे. किंवा आज वापरली जाते.

२) जटिल माहितीला अर्थपूर्ण स्वरूप देते :

जी माहिती अतिशय गुंतागुंतीची असते किंवा समजण्यात किलिष्ट असते. अशी माहिती आकलनिय (समजण्यासाठी) करण्यासाठी सांख्यिकीचा वापर केला जातो. सांख्यिकी म्हणजे केवळ संख्या नसून ती संख्या अर्थपूर्ण स्वरूपाची असते. अस्ताव्यस्त पडलेल्या संख्येला पाहून साधारण व्यक्ती कोणताही निष्कर्ष काढू शकत नाही. परंतू भिन्न भिन्न सांख्यिकीय पद्धतीचा वापर करून त्या सामुग्रीला सरळ सोपे बनवले जाऊ शकते. यासाठी आलेख, तक्ते, व चित्रांचा वापर केला जातो. या पद्धतीचा अवलंब केल्याने व्यक्तीला वस्तुस्थितीचे अचूक व निश्चित ज्ञान प्राप्त होते. स्मरणशक्तीवर ताण पडत नाही चटकन लक्षात येते.

उदा. भारतातील सर्व व्यक्तींचे उत्पन्न दिले गेले तर त्याचे निश्चित असे अनुमान हाढता येणार नाही पण याच उत्पन्नाला लोकसंख्येत गटानुसार विभागले तर म्हणजेच त्यांचे वर्गीकरण केले तर त्यावरून निष्कर्ष काढता येतो. व ते लक्षात ठेवण्यास पण सोयीचे जाते. दोन गटात तुलना करण्यात येते. व त्याला अर्थ ही प्राप्त होतो.

मासिक उत्पन्न (रूपयात)	लोकसंख्या (कोटीत)
३००० पेक्षा कमी	३०
३००० ते १०,०००	४०
१०,००० ते १५,०००	२०
१५,००० ते २०,०००	१५
२०,००० ते ३०,०००	८
३०,००० ते ५०,०००	५
५०,००० पेक्षा जास्त	४
एकुण	१२२०टी

३) सांख्यिकी तुलनात्मक अध्ययन करण्याची सुविधा देते :

प्राप्त माहिती किंवा तथ्यांना तो पर्यंत महत्त्व नसते जोपर्यंत त्याची दुसऱ्या तथ्यांशी तुलना केली जात नाही. एखाद्या बाबीचा अभ्यास करतांना

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

तुलना ही आवश्यकच असते. उदा. भारतात गव्हाचे उत्पादन वाढले आहे. या विधानाची तुलना आपण मागील कोणत्या ना कोणत्या उत्पादकाशी करीत असतो. विधानांना तोपर्यंत अर्थ प्राप्त होत नाही. जोपर्यंत आपण त्या विधानाची तुलना मागील काळाशी किंवा दुसऱ्या देशाशी करीत नाही. थोडक्यात सांख्यिकीच्या अनेक कार्यांपैकी तुलना हे महत्त्वपूर्ण कार्य असून तुलना ही एका संख्येची दुसऱ्या संख्येशी केली जाते. त्यांच्या आधारावरच निष्कर्ष काढले जातात. तुलना करण्यासाठी माध्य निर्देशांक किंवा गुणांक इत्यादी पद्धतीचा वापर केला जातो. दोन गोष्टींची तुलना करणे सांख्यिकीचे कार्य असले तरी त्यामुळे संख्यांना अर्थ प्राप्त होतो. अवघड किलिष्ट संख्या सोपे बनतात. तसेच विधाने ही वस्तुनिष्ठ स्वरूपाची होतात.

४) सांख्यिकी व्यक्तीगत ज्ञान व अनुभवात वृद्धी करते :

प्रो बाऊले यांच्या शब्दात सांख्यिकीचे अंदाज शुद्ध (खरे) असो अथवा अशुद्ध (खोटे) जवळपास सर्व परिस्थितीत ते निरीक्षणाच्या अनुभवापेक्षा अधिक चांगले असते. व त्यांना केवळ सांख्यिकीय पद्धतीच अशुद्ध ठरवू शकतात. सांख्यिकी हे मनुष्याच्या ज्ञानात व अनुभवात वृद्धी करीत असते. थोडक्यात सांख्यिकीच्या मदतीने मूष्य आपल्या योग्यतेत व विचारामध्ये दृढता आणत असतो. सांख्यिकीमुळे मनुष्याची तर्कशक्ती वाढते. आणि प्रत्येक समस्येचा प्रति योग्य तो दृष्टीकोन विकसित होतो. थोडक्यात सांख्यिकी व्यक्तीच्या ज्ञानाचे क्षितीज रुंदावत असेल.

५) सर्व शास्त्रातील प्राचीन नियमाची सत्यता पडताळते व नवीन नियम तयार करण्यास सांख्यिकी मदत करते :

समाजशास्त्र, अर्थशास्त्र व इतर विज्ञान इत्यादी शास्त्रे सांख्यिकीचे नेहमीच ऋणी असतात. कारण यांच्या माध्यमातुन नवीन सिद्धांताची जशी निर्मिती होते तसेच जुन्या सिद्धांतांना वेळोवेळी पडताळता येते उदा. कमी किमतीला अधिक खरेदी व जास्त किमतीला कमी खरेदी असा मागणीचा नियम सांगतो हे आकडे गोळा करून स्पष्ट रूपात सिद्ध करता येते आणि सहप्रमाणाद्वारे गैरसमज दूर करता येतो. थोडक्यात विज्ञानाचा किंवा शास्त्राचा विकास हा सांख्यिकी मुळेच होऊ शकतो व झाला आहे.

६)सांख्यिकी माहितीचे वर्गीकरण करते :

सांख्यिकीय वर्गीकरण तुलना करणे शक्य होते. सांख्यिकीमुळे माहितीचे वर्गीकरण करणे सोपे जाते कारण सांख्यिकीतील माहिती ही निश्चित स्वरूपाची असते. वर्गीकरणामुळे विस्तृत माहिती कमी अंकास (माध्य) स्पष्ट करता येते. तसेच अशी माहिती लक्षात ठेवणे पण सोपे असते अध्ययनातील ठळक वैशिष्ट्ये स्पष्ट होतात.या दृष्टीने सांख्यिकीचे वर्गीकरण हे एक महत्वाचे कार्य आहे.

७)धोरण/निती निर्धारणाी सांख्यिकी उपयुक्त आहे. :

विविध योजनांचे निर्धारण करण्यासाठी अर्थशास्त्रात, समाजशास्त्रात व्यापारात व राजनितीमध्ये सांख्यिकी महत्वाची भूमिका बजावत असते. देशाचा सर्वांगीण विकास करण्यासाठी सरकार विभिन्न निती निर्धारित करीत असते. या कार्यात सांख्यिकी मार्गदर्शनाचे कार्य करते. एखाद्या वस्तुची किती आयात करावी. किंवा निर्यात करावी ही संबंधीत वस्तूच्या आकडेवारी गोळा केल्यावरच समजते धोरण ठरवितांनाच परिस्थितीची पूर्ण कल्पना घेऊन सांख्यिकी पार्श्वभूमी तयार करते. केवळ धोरण ठरवितांनाच सांख्यिकीचा उपयोग होतो असे नाही. तर त्याची अंमलबजावणी व यशापयश हे देखील या माध्यमातून पडताळता येते. थोडक्यात देशाचा व्यापार करविषयक धोरण, व्याज धोरण, मुल्य धोरण, लोकसंख्या धोरण, बँकाचे धोरण, इत्यादीचे विश्लेषण करूनच सांख्यिकी द्वारे धोरण ठरविले जाते. सांख्यिकी ही नियोजन काराला पण नियोजन आखण्यास उपयुक्त असते. नियोजनाचे यशापयश संग्रहित सांख्यिकीय आकडेवाडीवर अवलंबून असते. या आधारावरच पंचवार्षिक योजना आखल्या जातात.

८)सांख्यिकीद्वारे अनुमान हाढता येते :

सांख्यिकीद्वारे भविष्याचा वेध घेता येतो जसे २००१ साली भारताची लोकसंख्या १०० कोटी होती. व २०११ साली ती १२० कोटी होती. तर २०२१ साली किती असेल याचा अंदाज घेऊन सरकार अन्नधान्य, कापड, आयात, निर्यात, आरोग्य इत्यादी बाबत भविष्याचे नियोजन लावले जाते. थोडक्यात सांख्यिकी भूत व वर्तमान यांच्या आधारावर भविष्याचे पूर्वानुमान काढते. ज्याप्रमाणे सरकार भविष्याचा वेध घेऊन नियोजन आखते

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

त्याचप्रमाणे देशातील उद्योजक, विक्रेते, आपापल्या व्यवसाया संदर्भातील भविष्यातील चढउताराचा अभ्यास करून निर्णय घेत असतात. यासाठी सांख्यिकी महत्वपूर्ण भूमिका पार पाडते. उत्पादक हा भविष्यात आपल्या मालाला असलेल्या मागणीचा अंदाज घेऊन उत्पादन करत असतो. कारण सांख्यिकीचे अंदाज हे अधिक काटेकोर असतात. ते सत्याच्या अधिक जवळचे असतात.

९) सांख्यिकीद्वारे तथ्यांमधील सहसंबंधाचा अभ्यास करता येतो. :

सांख्यिकीच्या मदतीने दोन तथ्यांमधील सहसंबंधाचे ज्ञान प्राप्त होते. किंवा प्राप्त केले जाऊ शकते. सांख्यिकीच्या अंतर्गत एकत्रित केलेल्या तथ्यांच्या संख्याचे विश्लेषण करून हे माहित केले जाऊ शकते. या तथ्यांमध्ये परस्पर कोणता सहसंबंध आहे. असेल तर तो किती आहे. हे सांख्यिकीचे महत्वपूर्ण कार्य आहे.

१०) सांख्यिकीच्या मदतीने परिस्थितीचा अर्थबोध होतो. :

सांख्यिकीच्या मदतीने केवळ माहिती गोळा करणे व वर्गीकरण करणे एवढेच कार्य होत नाही तर संबंधीत घटकाला किंवा घटनेला कारणीभूत असलेल्या परिस्थितीचा म्हणजेच कारणांचा शोध घेऊन योग्य ती उपाय योजना सुचविणे हे कार्य सांख्यिकीच्या मदतीने पार पाडले जाते. उदा. एखाद्या वस्तुला असलेली मागणी कमी झाली किंवा वाढली या मागील कारण अनेक असू शकतात. किंमत आवडी-निवडी, पर्यायी वस्तूच्या किंमती व जाहिरात इ. याचे नेमके कारण जाणून घेण्याचे कार्य सांख्यिकी करत असते.

११) सांख्यिकीद्वारे गृहित ठरवून त्यांची चाचणी करता येते :

सांख्यिकी द्वारे नवीन नियमांची निर्मिती केली जाते. किंवा जुन्या गृहिताची पडताळणी करण्यासाठी सांख्यिकीचा उपयोग होतो. आपण अभ्यासतांना अनेक गृहिते गृहीत धरीत असतो. ती खरी का खोटी हे सांख्यिकीद्वारे तपासता येतात.

वरील प्रमाणे सांख्यिकीचे कार्ये आहेत.

सांख्यिकीचे महत्व : (Importnce of Statistics)

सांख्यिकीचा उपयोग हा आता सर्व व्यापी झाला आहे. जिथे कुी तथ्यांना अंकात व्यक्त केले जाऊ शकते तेथे सांख्यिकीचा उपयोग होतो.

सांख्यिकी हे एक असे साधन आहे. जे प्रयोग सिद्ध संशोधनातील जवळपास सर्व क्षेत्रातील उत्पन्न होणाऱ्या समस्यांचे समाधान करण्यासाठी उपयोगात आणली जाते. असे डब्ल्यु. ए. वालीस, एच. व्ही. रॉबर्ट्स, यांनी आपल्या **Statistics : A New Approach** या पुस्तकात म्हटले आहे तसेच डॉ. बाऊले यांनी आपल्या **Elements of Statistics** या पुस्तकात म्हटले की, “सांख्यिकीच्या ज्ञानाला आज एक विदेशी भाषा किंवा बीजगणितांच्या समान मानले जाते. जे कोणत्याही ठिकाणी व कुठल्याही परिस्थितीत सहाय्यक आहे.” तसेच त्यांच्या मते, सांख्यिकी हे मानव कल्याणाचे अर्थशास्त्र आहे. प्रत्येक विषयाचे सर्वोत्तम ज्ञान प्राप्त करण्यासाठी सांख्यिकीय पद्धतीची माहिती असणे आवश्यक आहे. सांख्यिकीच्या महत्वाला टिपेट (Tippet) यांनी पुढील प्रमाणे सांगितले त्यांच्या मते, “सांख्यिकी प्रत्येक व्यक्तीला प्रभावित करते आणि जीवनाच्या अनेक बिंदूना स्पर्श करते.” (Statistics affects everybody and touches Life at many points) खालील कांही निवडक मुद्द्यांवरून सांख्यिकीचे महत्त्व स्पष्ट होते.

१) सांख्यिकीचे शासनातील महत्त्व :-

पूर्वी सांख्यिकी हे शासनाचे शास्त्र होते कारण राज्याचे उत्पन्न, कर, भूमिव्यवस्था व लोकसंख्या इत्यादी आकडे गोळा करावी लागत असे आज राज्याची कल्याणकारी संकल्पना जसजशी वाढत आहे. तसतशी सांख्यिकीचे महत्त्व वाढत आहे. सांख्यिकी हे शासनाचे डोळे आहेत शिक्षित-अशिक्षित, स्त्री-पुरुष, इत्यादी ची काय स्थिती आहे. याचे ज्ञान सांख्यिकीय आकड्यांद्वारेच सरकारला होत असते. लोकसंख्या, आयात निर्यात, उत्पादन, इत्यादींच्या सांख्यिकीय माहितीच्या आधारे वित्तमंत्री करासंबंधी प्रशासनाच्या खर्चासंबंधी विविध निर्णय घेत असतात. सरकारच्या सर्व खात्यांचे निरीक्षण व मापन सांख्यिकीय आकड्यांद्वारेच केले जाते. तसेच एखादा कायदा करण्यासाठी किंवा असलेल्या कायद्याचे संशोधन करण्यासाठी सांख्यिकीय आकडे महत्वाची भूमिका बजावत असतात. नियोजनकार पण देशाचे नियोजन निर्धारण सांख्यिकीच्या मदतीने करत असतात. थोडक्यात सरकारचे निर्णय योग्य ठरवण्यासाठी किंवा योग्य रित्या निर्णय घेण्यासाठी सांख्यिकीचा उपयोग अत्यंत आवश्यक आहे.

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

२) आर्थिक विकासात व राष्ट्रीय नियोजनात सांख्यिकीचे महत्त्व :

देश विकसित असो अथवा अविकसित किंवा विकसनशील या राष्ट्रांचे नियोजन हे सांख्यिकीय आकडेवारी शिवाय पूर्ण होऊ शकत नाही. थोडक्यात आकडेवारी शिवाय कोणत्याही देशाची योजना तयार केली जाऊ शकत नाही. म्हणूनच टिपेंट यांच्या मते, नियोजन आजचा एक व्यवस्थित क्रम असून समंकांशिवाय नियोजनाची कल्पना पण केली जाऊ शकत नाही. तसेच आर्थिक विकास नियोजनाशिवाय अशक्य असून नियोजन संख्याशास्त्राशिवाय अशक्य आहे. योजनाची निर्मिती, प्रगती, व मुल्यांकन सांख्यिकीय पद्धतीद्वारे केली जाते. वेगवेगळ्या देशांचे राष्ट्रीय उत्पन्न व प्रतिव्यक्ती उत्पन्न याची तुलना करून अंदाज लावता येतो की आपल्या देशाचा विकास आंतरराष्ट्रीय स्तरावर किती झाला आहे. तसेच राहणीमानाचा पण अंदाज लावून होणारे परिवर्तन अभ्यासता येते समाजातील वेगवेगळ्या वर्गांचे उत्पन्न लक्षात घेऊन अंदाज लावता येतो. की किती असमानता आहे व ती दूर करण्यासाठी कोणते आवश्यक उपाय उचलले पाहिजेत.

लोकसंख्या वृद्धीच्या अंदाजावरून पूर्वांनुमान लावता येते की, किती अन्न, वस्त्र, निवारा व रोजगार इत्यादींची आवश्यकता आहे. उद्योगांना संतुलीत व योजनाबद्ध विकास करण्यासाठी उत्पादन, खर्च, श्रमकल्याण इत्यादी बाबींच्या आकडेवारीचे संग्रहण अत्यंत आवश्यक असते. औद्योगिक सांख्यिकीय आकडेवारीमुळे न केवळ योजनांच्या निर्माणास मदत होते. तर औद्योगिकरणाची दिशा, मुल्य नियंत्रण, श्रम निती, कर निती व प्र-शुल्क निती इत्यादींचे निर्धारण शक्य असते.

देशाच्या विकासासाठी वित्तीय साधनांचे प्रबंध आवश्यक असते. कोणत्याही योजनेची सफलता ही वित्तीय साधनांच्या गतीशीलतेवर निर्भर असते. करव्यवस्था, सार्वजनिक ऋण व मौद्रिक निती इत्यादी वित्तीय साधनांच्या गतिशिलतेशिवाय आर्थिक विकास शक्य नसतो. परंतू या सर्वांचा आधार वित्तीय सांख्यिकीय आकडेवारी (माहिती) हाच आहे.

देशाचा आर्थिक विकास व्यवस्थित चालू ठेवण्यासाठी श्रम हा घटक महत्त्वपूर्ण असतो. यामुळे श्रमीक व उद्योगपती यांच्यातील संबंध मैत्रीपूर्ण असावेत आणि औद्योगिक शांती राहावी. यासाठी रोजगार, (मजदूरी) वेतन,

श्रमीकांचे राहणीमान इत्यादी घटकांच्या आधारे हे शक्य असून त्यासाठी या संबंधातील आकडेवारी गोळा करणे आवश्यक असते.

थोडक्यात समांकांशिवाय आर्थिक नियोजन व विकास हे दिशांयंत्राविना असलेले जहाज आहे. सांख्यिकीय माहिती नसेल तर हे जहाज आपला मार्ग भरकटू शकतो. त्यामुळे निर्धारित लक्ष्य साध्य होऊ शकत नाही.

३) व्यापार, उद्योग. व वाणिज्य यात सांख्यिकीचे महत्त्व :

आजच्या काळात व्यापार आणि उद्योग खूप गुंतागुंतीचे झाले आहे. त्यामुळे यात यश प्राप्त करण्यासाठी येणाऱ्या नवनवीन समस्यांना सोडवणे आवश्यक आहे. ह्या समस्या सोडविण्यासाठी सांख्यिकीय उपकरण, पद्धतीचा उपयोग अत्यंत आवश्यक आहे. आज प्रत्येक उद्योजकाला सांख्यिकीय पद्धती व त्यांचा उपयोग यांचे सामान्यज्ञान असणे आवश्यक आहे. तेव्हाच ते तथ्य व आकड्यांवर आधारित समस्यांचे कुशलतापूर्वक उपाय करू शकतील.

व्यापाऱ्यांना व उद्योजकांना सांख्यिकीच्या मदतीने अंदाज लावणे सोयीचे जाते उदा. वस्तुची मागणी कशी आहे. ती भविष्यात काय राहणार आहे. इत्यादी.

ब्राडिंगटन यांच्या मते, “यशस्वी व्यापारी तोच असतो ज्याचे अनुमान / अंदाज वास्तविक तथ्यांच्या जवळचे असतील” जसे मागणीचा पूर्वानुमान लावतांना ऋतू परिवर्तन, ग्राहकांच्या आवडी निवडी, जीवनस्तर, मुद्रेची मात्रा, परंपरा, क्रय शक्ती, इत्यादी संदर्भातील आकडे लक्षात घ्यावे लागतात. नाहीतर काढण्यात येणारा अंदाज / अनुमान गुकीचा असू शकतो. पूर्वानुमान काढण्यासाठी वेगवेगळ्या सांख्यिकीय पद्धतीचा वापर केला जातो. जसे बाह्यगणन, अंतरगणन, प्रतिगमन समिकरण इत्यादी.

पूर्वानुमान काढल्यानंतर व्यापारी किंवा उद्योजक एक विस्तृत योजना तयार करतो. ही योजना संपूर्णतः सांख्यिकीय समांकावर आधारित असते.

चांगल्या प्रकारची वस्तू निर्मिती करण्यासाठी त्यावर नियंत्रण आवश्यक असते. उत्तम प्रतीची वस्तू निर्मिती ही सांख्यिकीय पद्धतीवर

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

आधारीत आहे. यासाठी एक प्रमाण (Standard) ठरविणे आवश्यक असते. व ते सांख्यिकीय आकड्यांद्वारे शक्य आहे. उत्पन्न व खर्च संबंधीत बाबींची योजना तयार करणे ही अर्थसंकल्प असून त्यावरील नियंत्रणाच्या क्रियेला अर्थसंकल्पीय नियंत्रण म्हणतात. हे एक सांख्यिकीय तंत्र आहे. या माध्यमातून उत्पादनाच्या मात्रा, किंमती, इत्यादीची सांख्यिकीय माहिती संग्रहीत करून अर्थसंकल्प तयार केला जातो. संख्याशास्त्रातील वर्गीकरण, संग्रहन, सारणीयन, व विश्लेषण इत्यादी बाबी सांख्यिकीय साधन असून त्या विवेकपूर्ण निर्णय घेण्यासाठी महत्वपूर्ण भूमिका बजावत असते. खरेदी व विक्री यात देखील सांख्यिकीचा उपयोग होतो. प्रत्येक बँकेला एक शोध विभाग ठेवावा लागतो. ज्या माध्यमातून व्यापार चक्र, मुद्रेची मागणी, व त्यातील होणारे परिवर्तन तसेच बाजाराची स्थिती इत्यादी बाबतचे सध्याचे ताजे आकडे संग्रहीत करून त्यांचे सांख्यिकीय विश्लेषण केले जाते. त्यांच्या आधारावर बँक आपले निर्णय घेत असते. विमा कंपन्या पण प्रीमीयमचा दर निश्चित करण्यासाठी सांख्यिकीच्या संभाव्यतेचा नियम वापरत असते.

त्याचबरोबर रेल्वे खाते पण भाडे / तिकीट दर ठरवण्यासाठी सांख्यिकीची मदत घेते. शेअर मार्केट मधील दलाल पूर्वानुमान व संभाव्यतेच्या आधारावर शेअरर्सची खरेदी विक्री करीत असतात. येथे पण सांख्यिकीचा उपयोग होतो.

थोडक्यात व्यापार, उद्योग व वाणिज्य यांच्या प्रत्येक क्षेत्रात सांख्यिकीचे योगदान अनंत व खूप मोठे आहे. जर सांख्यिकीय ताजे आकडे नाहीसे केले तर व्यापार जगताला लखवा होईल. म्हणूनच सांख्यिकी हे एक महत्वपूर्ण साधन आहे.

४) सांख्यिकीचे अर्थशास्त्रात महत्व :

मार्शल यांच्या मते सांख्यिकीय माहिती त्या गवताच्या तंत्रज्ञानासमान आहे. ज्याच्या मदतीने अर्थशास्त्र आपले मोठमोठे बिल्डींग तयार करते थोडक्यात आकड्यांच्या मदतीनेच अर्थशास्त्रातील वेगवेगळ्या सिद्धांतांचे खरेपणा लक्षात येतो.

अर्थशास्त्राच्या विकासात सांख्यिकीची भूमिका प्रभावी आहे. आर्थिक प्रश्नांना निश्चित स्वरूप प्रदान करण्याचे कार्य संख्याशास्त्र करीत

असते. उपभोगाच्या सांख्यिकीय माहितीमुळे व्यक्तीचे जीवन स्तर, खर्च, मागणीची लवचिकता इत्यादी संदर्भातील माहिती प्राप्त होते. त्याचप्रमाणे उत्पादनात आयात, निर्यात व वितरणात होणारे परिवर्तन सांख्यिकीमुळे लक्षात येतात. सांख्यिकीमुळे समस्यांची सोडवणूक करणे शक्य होते.

५) सांख्यिकीचे सामाजिक दृष्टीकोनातून महत्त्व :

समाजातील दोष व वाईट चालीरिती जसे विधवा विवाह, हंडाबळी, बालविवाह, बेरोजगारी इत्यादी संदर्भातील सर्व आकडे सांख्यिकीमुळे प्राप्त होतात व त्यांचा अभ्यास करून त्याचा समाजावरील होणारा परिणाम याचा अनुमान लावता येतो. व यावर उपाययोजना सांगून निवारणाचा प्रयत्न केला जातो.

६) कृषी व अनुसंधानात सांख्यिकीचे महत्त्व :

कृषी क्षेत्रातील खत, सिंचन, प्रती एकर उत्पादन इत्यादी संबंधातील संशोधन सांख्यिकीशिवाय होऊच शकत नाही. तसेच यावर्षी पडणारा पाऊस, वातावरण, भौगोलिक व खगोल शास्त्रासंबंधीत संपूर्ण अंदाज किंवा पूर्वानुमान सांख्यिकीच्या आधारावरच आधारित असतात.

७) भूतकाळातील ज्ञान व अनुभवाची सुरक्षित सांख्यिकीचे महत्त्व :

भूतकाळात घडलेल्या घटनांची माहिती किंवा त्या संदर्भातील ज्ञान व घेतलेला अनुभव सुरक्षित ठेवण्यात सांख्यिकीची मदत होते. कारण यांच्याच आधारावर आपण भविष्याचा वेध घेत असतो. रूपरेषा आखत असतो.

सांख्यिकीय पद्धतीच्या मर्यादा :(Limitations of Statistics)

सांख्यिकीचा आज सर्वच क्षेत्रात वापर होत आहे. त्यामुळे त्याचे महत्त्व वाढले आहे. परंतू प्रत्येक शास्त्राच्या ज्याप्रमाणे मर्यादा असतात. तशाच सांख्यिकीच्या पण काही मर्यादा आहेत. या मर्यादा खालीलप्रमाणे सांगता येतील.

१. सांख्यिकीत वैयक्तिक विशेषांना स्थान नाही.
२. सांख्यिकी गुणात्मक वैशिष्ट्यांचे अध्ययन करीत नाही.
३. सांख्यिकी केवळ अनेक पद्धतीपैकी एक पद्धती आहे.
४. सांख्यिकीचे निष्कर्ष परिपूर्ण नसून सरासरी सत्याजवळचे असतात.

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

५. सांख्यिकीचे नियम हे निश्चित स्वरूपाचे नाहीत.

६. सांख्यिकीचा दुरुपयोग होऊ शकतो.

१) सांख्यिकीत वैयक्तिक विशेषांना स्थान नाही :

सांख्यिकी हे एकट्या एखाद्या घटकापुरते मर्यादित नसून अनेक घटकांची एकत्रित माहितीचे शास्त्र आहे. सांख्यिकी हे एका संख्येचा अभ्यास करित नसून अनेक संख्यांचा अभ्यास करणारे शास्त्र आहे. थोडक्यात एखादी घटना, एखाद्याचे वार्षिक उत्पन्न किंवा एखाद्याने प्राप्त केलेले गुण सांख्यिकी नसून व्यक्तीच्या समुहाचे वार्षिक उत्पन्न असे सर्व समाविष्ट समुहाचा अभ्यास करणारे शास्त्र सांख्यिकी होय. उदा. वर्गात एखाद्या विद्यार्थीला सांख्यिकी विषयात प्राप्त ९० गुण म्हणजे सांख्यिकी नसून वर्गातील सर्व विद्यार्थ्यांच्या सांख्यिकीय विषयातील गुणांची सरासरी म्हणजे सांख्यिकी होय. ज्यावरून आपणास आपल्या विषयात प्राप्त गुणांची (टक्केवारी) % सांगता येईल. म्हणून सांख्यिकी हे माध्याचे शास्त्र आहे. एकट्या स्वतंत्र संख्येला कोणताही अर्थ उरत नाही. जोपर्यंत तीची तुलना दुसऱ्याशी करित नाहीत.

२) सांख्यिकी गुणात्मक वैशिष्ट्यांचे अध्ययन करित नाही :

सांख्यिकी हे संख्यात्मक अभ्यासाचा विषय असून ते गुण वैशिष्ट्यांचा अभ्यास करित नाही (हूशार - मंद, गरीब-श्रीमंत, कार्यक्षम-अकार्यक्षम इत्यादी) म्हणजेच सांख्यिकीत गुणात्मक अभ्यास केला जात नाही. परंतु संबंधीत गुणांच्या स्पष्टीकरणास जेव्हा संख्येची जोड मिळते तेव्हा ती माहिती सांख्यिकी होऊ शकते. उदा. एखाद्या विद्यार्थ्याची हूशारी प्रत्यक्षात जरी मोजता येत नसली तरी ती त्याने मिळविलेल्या गुणांचा अभ्यास करून सरासरी प्राप्त गुण लक्षात घेऊन हुशारी मोजता येते. थोडक्यात सांख्यिकीत गुणात्मक अभ्यास केला जात नाही.

३) सांख्यिकी केवळ अनेक पहिलीपैकी एक पद्धती आहे :

जगातील सर्वच प्रश्न हे सांख्यिकीच्या मदतीने सोडविता येत नसतात. यासाठी इतर पद्धतींचा पण वापर करावा लागतो. सांख्यिकीय पद्धतीने केवळ प्रश्न समजून घेतले जाऊ शकतात. सांख्यिकीय पद्धतीने

काढलेले उत्तर इतर पद्धतीने पण तपासून पाहणे गरजेचे असते. म्हणूनच सांख्यिकी केवळ एक साधन व पद्धती आहे.

४) सांख्यिकीचे निष्कर्ष परिपूर्ण नसून सरासरी सत्याजवळचे असतात:

संख्याशास्त्राच्याद्वारे काढलेले निष्कर्ष हे कधीच त्रिकालबाधित सत्य किंवा खरे नसतात. सूर्य पुर्वेकडून उगवतो हे जसे त्रिकालबाधित सत्य आहे. तसे समाजात मानवाला भेडसावणाऱ्या अनेक प्रश्नाची उकल सांख्यिकीद्वारे करता येते पण परिस्थिती नुसार त्यांचे येणारे निष्कर्ष हे बदलणारे असतात. हे नियम स्थळ, काळ इत्यादी घटकांवर अवलंबून असतात. उदा. मागणीचा नियम युद्ध, दुष्काळ, अशा काळात लागू पडत नाही. परंतू सांख्यिकी नियमाद्वारे काढलेले निष्कर्ष हे सर्व सामान्यपणे सिद्ध असतात. कारण सांख्यिकीय नियम हे अनेकविू कारणांनी प्रभावित झालेले असतात.

५) सांख्यिकीचे नियम हे निश्चित स्वरूपाचे नाहीत:

सांख्यिकी हे निश्चित स्वरूपाचे शास्त्र नाही. त्यामुळे सांख्यिकीचे नियम पण निश्चित स्वरूपाचे नसतात. या नियमांद्वारे सर्वसामान्य प्रवृत्ती स्पष्ट होते. सांख्यिकीच्या नियमात शास्त्रीय दृष्ट्या परिपूर्णता येणे शक्य नाही. म्हणूनच सांख्यिकीचे नियम प्रत्येक गोष्ट पटवून देऊ शकत नाही.

६) सांख्यिकीचा दुरुपयोग होऊ शकतो :

सांख्यिकी हे शास्त्र मुळात संख्येच शास्त्र आहे. त्यामुळे संख्यांच्या स्वतःच्या मर्यादा येतात. ज्या संख्याशास्त्राला पण लागू पडतात. जशा संख्या ह्या अव्यक्त असतात. त्यामुळे प्राप्त माहिती खरी की खोटी हे उमगत नाही. सर्वसामान्य पणे संख्यांवर सर्वांचा विश्वास असतो. सांख्यिकी हे शास्त्र अतिशय नाजूक असे शास्त्र आहे. त्यामुळे सांख्यिकीच्या अभ्यासकानेच माहिती गोळा करणे गरजेचे आहे. अनेकदा प्राप्त माहिती ही खोटी असून देखील ती सत्य आहे, असे भासविले जाते. यात सांख्यिकीचा मुळीच दोष नाही तर जी माहिती गोळा करणाऱ्याचा दोष असतो. म्हणूनच सांख्यिकी हे एक साधन आहे. साध्य नाही हे लक्षात घेणे गरजेचे आहे. पुर्वग्रह दुषित व्यक्तीने गोळा केलेली माहिती चुकीचे निष्कर्ष देते. हे समजून सांख्यिकीय माहिती कोणी गोळा केली हे लक्षात घ्यावे. कारण हे एक साधन

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

आहे. आपण जसे वापरू त्यावर तसे निष्कर्ष अवलंबून असतात. अनुभवी व्यक्तीनेच माहिती गोळा केली पाहिजे नाही तर प्रसंगी याचा दुरुपयोग होऊ शकतो.

वरीलप्रमाणे सांख्यिकीच्या मर्यादा पडतात ह्या मर्यादा लक्षात घेऊनच सांख्यिकीचा अभ्यास करणे गरजेचे आहे.

सांख्यिकीची अविश्वासनियता : (Distrust of Statistics)

आधुनिक जगात सांख्यिकीचे महत्त्व व उपयोगिता खूप वाढली आहे. तरीपण सांख्यिकीच्या बाबतीत दोन प्रकारचे मतप्रवाह पहावयास मिळतात. (१) ज्यांचा सांख्यिकीय आकड्यांवर/माहितीवर खूप जास्त विश्वास आहे. यांच्या मते, संख्या खोटे बोलत नाहीत त्यामुळे या गोळा केलेल्या माहितीच्या आधारावर जे निष्कर्ष निघतात ते खरे असतात. (२) सांख्यिकीला घृणेच्या दृष्टीने पाहतात त्यांच्या मते, सांख्यिकीय माहिती ही खोटी असते (There are three degrees of lies, damned lies and statistics –Disraeli) एक प्रकार हे पांढर खोट आहे. कारण सांख्यिकीय आकडे कोणत्याही पक्षाचे समर्थन करणारे असतात. त्यामुळे ते कांहीही सिद्ध करू शकतात. (Statistics are like alienists – they will testify to either side-La. Guardia)

संख्या ह्या स्वतः निर्दोष असतात. आपलीच मनोवृत्ती झाली आहे की, एखाद्या तष्ट्यांचे आकड्यांद्वारे स्पष्टीकरण केले जाते. तेंव्हा आपण त्यावर लगेच विश्वास करतोत. बरेचदा एखाद्या उद्देशपुर्तीसाठी खोट्या संख्या दर्शविल्या जाऊ शकतात. जेंव्हा आपणास प्राप्त माहिती खोटी आहे असे समजते तेंव्हा आपला संख्याशास्त्रावरील विश्वास उठतो. खरे तर येथे संख्याशास्त्रांची चूक नसून त्या व्यक्तीची आहे. ज्याने पुर्वग्रह दुषित ठेवून माहिती संकलीत केली आहे. थोडक्यात चुकीच्या आकड्यांमुळे निष्कर्ष पण चुकीचे प्राप्त होतात. समक काहीही सिद्ध करू शकत नाहीत. कारण ते केवळ एक साधन असतात. याच आकड्यावरून सत्तेवरील पक्ष हा पंचवार्षिक योजना ही पोषक व श्रेष्ठ असल्याचे सांगते तर विपक्ष मात्र याच संख्येच्या आधारे संबंधीत योजना किती जास्त खराब आहे. प्रत्यक्षात समंक हे एक प्रभावशाली साधन आहे. जे खऱ्याला खोट व खोट्याला खरं करू शकते.

थोडक्यात चुकीचा निष्कर्ष हा या शास्त्राचा दोष नसून तो याचा वापर करणाऱ्याचा आहे. सांख्यिकीय पद्धती ही अतिशय कोमल आहे. सांख्यिकीय संमक हे एका माती समान आहे. ज्याचा उपयोग आपण सुंदर ईश्वराची किंवा राक्षसाची कोणाची ही मुर्ती तयार करू शकतोत. (Statistics are like clay of which you can make a god or a devil, as you please) म्हणजेच सांख्यिकीय आकडेवारी करून एखादा चुकीचा किंवा भ्रम निर्माण करणारा निष्कर्ष निघत असेल तर त्यात सांख्यिकीचा कांहीच दोष नाही. ज्याप्रमाणे भाजी चिरतांना बोट कापले गेले तर चुकी चाकुची नसते त्याचप्रमाणे संमंकाचा काहीच दोष नसतो. संख्या द्वा स्वतः खोट्या नसतात. तर त्यांना खोटे बनविले जाऊ शकते. अदक्ष व्यक्तीच्या हातात सांख्यिकीय पद्धती असणे म्हणजे एका खूप मोठ्या अतिरेक्याकडे बाँब असणे होय.

(“Statistics is one of those sciences whose adepts must exercise the self – restraint of artist” Y-K yule a37oueendal37oue37 सांख्यिकी अशा विज्ञानापैकी एक आहे ज्याचा उपयोग करणाऱ्यात एक कलाकाराचा आत्म-संयम पाहिजे. सांख्यिकीचे मुख्य कार्य तथ्यांना योग्य दिशा देणे आहे. वरील विवेचनावरून स्पष्ट होते की, सांख्यिकीवर जास्त विश्वास करणे किंवा पूर्णपणे अविश्वास करणे दोन्ही दृष्टीकोन चुकीचा आहे. त्यामुळे विचार केल्याशिवाय सांख्यिकीय निष्कर्ष किंवा आकड्यांचा स्विकार करणे चुकीचे आहे. या अविश्वासाचे कारण पुढीलप्रमाणे आहेत.

१. वरवर आकडे पाहाणे.
 २. परस्पर विरोधी आकडे प्राप्त होणे
 ३. सामान्य व्यक्तीची अज्ञानता.
 ४. संमंकांचा दुरुपयोग.
 ५. सांख्यिकीच्या मर्यादा न लक्षात घेणे.
 ६. सांख्यिकीय माहितीच्या शुद्धतेची चाचणी न करणे.
- १) फक्त आकडे हे वरवर पाहिल्याने समजू शकत नाही की, हे संबंधीत माहिती खरी आहे की खोटी त्यामुळे संमंकावर अविश्वास होऊ शकतो.

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

- २) कधी कधी खरी संख्या व खोटी संख्या एकदाच समोर येते त्यामुळे व्यक्ती भ्रमात पडतात. त्यामुळे दोन्ही आकडे परस्पर विरोधी असल्याने सत्यता लवकर पुढे येत नाही. तसेच विरोधी पक्ष हा संबंधीत आकडे स्पष्ट करून आपले म्हणणे खरे असण्याचा प्रयत्न करत असतो. सर्वसामान्य व्यक्ती हा सांख्यिकीय पद्धतीपासून अज्ञानी असतो त्यामुळे प्राप्त माहितीच्या आधारे काढलेले निकषावर व्यक्ती हा पटकन विश्वास ठेवतो परंतू जेव्हा त्याला हे माहित होते. की, संबंधीत आकडे चुकीचे आहेत खरा प्रकार दुसराच आहे. तेव्हा तो सांख्यिकीवर अविश्वास करू लागतो.
- ३) सांख्यिकीय माहितीवर अविश्वास असण्याचे सर्वात महत्वाचे कारण म्हणजे स्वार्थपूर्ण व्यक्तीद्वारे किंवा अदक्ष व्यक्तीद्वारे प्राप्त संख्या ज्यांचा ते चुकीच्या कामासाठी उपयोग करतात. ज्यामुळे सामान्य व्यक्ती सांख्यिकीवर अविश्वास करू लागते.
- ४) संख्याशास्त्राच्या अनेक मर्यादा आहेत. जर या आपण लक्षात घेतल्या नाहीत. व त्यांचा तसाच उपयोग करू लागलो तर प्राप्त निष्कर्ष भ्रमित करणारे असू शकतात. ज्यामुळे आकड्यावरील विश्वास उठतो.
- ५) कधी कधी असावधानीमुळे व आकड्यांची सत्यता न पडताळल्याने परिणाम म्हणजेच निष्कर्ष चुकीचे निघतात. ज्यांचा दोष सांख्यिकीय शास्त्रावर पडतो.
वरील कारणामुळे सांख्यिकीवर खूप मोठ्या प्रमाणात अविश्वास निर्माण होतो.

कांही निवडक सांख्यिकीच्या संकल्पना : (Concept of Statistics)

१. समांक/आकडेवारी :(Data)

समांक हे एकप्रकारे संख्यात्मक विधान असून कोणत्याही क्षेत्रातील वस्तूस्थितीचे संख्यात्मक वर्णन किंवा विवेचन म्हणजे समांक होय या समांकात किंवा संख्यात्मक विधानामध्ये सजातीयता असावी. तसेच त्यात परस्पर संबंध व अर्थप्रगबलता असणे गरजेचे आहे. ही आकडेवारी केवळ योगायोगाने प्राप्त झालेली नसते. तर ती प्राप्त करण्यासाठी विविध सांख्यिकीय पद्धतीचा वापर करावा लागतो.

२. विश्व: (Popelation / Universe)

सांख्यिकीय गणना किंवा मोजणी ज्या घटकापर्यंत किंवा समुहापर्यंत मर्यादित असते. त्या घटकाला विश्व असे म्हणतात. विश्व हे सांख्यिकीय मोजणीला, गणनेला, व निष्कर्षाला एक मर्यादा आखून देते. एखाद्या समस्येची माहिती गोळा करण्यापूर्वी त्या संदर्भातील घटक/विश्व ठरून घेणे आवश्यक असते. नंतरच माहिती गोळा केली जाते.ही विश्वाची मर्यादा प्रश्नाच्या स्वरूपावर अवलंबून असते. उदा. मराठवाड्यातील लघु उद्योगाचा अभ्यास करतांना मराठवाड्यात असणारे एकूण लघु उद्योग लक्षात घ्यावे लागते. एवढे विश्व मर्यादित होईल.

सांख्यिकीय विश्वाचे पुढील तीन प्रकार पडतात. १) मर्यादित विश्व (२) अमर्यादित विश्व (३) काल्पनिक विश्व

मर्यादित विश्व: (Finite Universe)

एखाद्या अनिश्चित संख्या असलेल्या घटकांना मर्यादित विश्व असे म्हणतात म्हणजेच अशी संख्या ही मोजदात करण्याजोगी असते. अशा विश्वातील संख्येची मोजणी व अंदाज करता येतो. असे विश्व लहान किंवा मोठे असू शकतात. उदा. महाविद्यालयातील प्राध्यापक किंवा एखाद्या सरकारी कार्यालयातील कर्मचारी.

अमर्यादित विश्व :(Infinite Universe)

ज्या विश्वातील घटकांची मोजदात करणे शक्य नसते म्हणजेच अशा घटकांची संख्या ही अमर्याद असते. त्यांना अमर्यादित विश्व असे म्हणतात. अशा विश्वांची संख्या ही खूप मोठी असते. उदा. समुद्रातील गारगोटे किंवा आकाशातील आकाशगंगा / चांदणे इत्यादी.

काल्पनिक विश्व:(Hypothetican Universe)

काल्पनिक विश्व हे मानवाच्या कल्पनेतून साकार होते. त्यामुळे या घटकांना भौतिक अस्तित्व नसते. कारण या संदर्भात निश्चित असे विधान मांडता येत नाही. फक्त कल्पनेने विश्वाला आकार दिला जातो. उदा. नाणेफेक, किंवा जुगारातील पत्ते

कोणत्याही प्रकारचे विश्व असले, तरी विश्वातील संख्येपेक्षा वैशिष्ट्यांना प्राधान्य दिले पाहिजे. या वैशिष्ट्यावरून सांख्यिकीचे विश्व दोन

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

प्रकारात मोडतात. (१) सजातीय विश्व (Homogeneous) विजातीय विश्व (Heterogeneous) मर्यादित व अमर्यादित विश्व या संकल्पना साक्षेप आहेत.

३) सांख्यिकीय विभ्रम (Statistical Errors):

विभ्रम म्हणजे प्रत्यक्ष मुल्य व अनुमानिनीं मुल्य ह्याच्यातील फरक आहे. विभ्रम म्हणजे चूका नाहीत. संख्याशास्त्रात अनुमानिनीं मुल्यांचा आधार घ्यावा लागत असल्याने सांख्यिकीय विभ्रम तयार होतात. विभ्रम निर्माण होण्याचे प्रमुख पुढील कारणे आहेत. (१) उगमातून निर्माण झालेले विभ्रम (२) संकलनाच्या प्रक्रियेतून निर्माण झालेले विभ्रम (३) अपूर्णतेमुळे निर्माण झालेले विभ्रम इत्यादी सांख्यिकीय विभ्रम हे निरपेक्ष व सापेक्ष पद्धतीने सांगितले जाव शकतात. सांख्यिकीय विभ्रमाचे पुढील दोन प्रकार पडतात.

अ) अभिनत विभ्रम:

अभिनत विभ्रम हे जाणीवपूर्वक म्हणजे सहेतुक असतात. संशोधक किंवा अभ्यासक सामग्री गोळा करतांना आपल्या पूर्वकल्पनेनुसार आकार देत असतात. उदा. स्त्री आपले वय कमी सांगतात किंवा कोणीही आपले उत्पन्न जास्त सांगतात.

ब) अनभिनत विभ्रम:

अनभिनत विभ्रम हे फक्त योगायोगानेच निर्माण होतात. आकडेवारी संकलन करतांना हे निर्माण होतात. अनभिनत विभ्रम हे समकारी असतात.

.....

सांख्यिकीय चौकशी किंवा सर्वेक्षणाची योजना

(Statistical enquiry or survey Plan)

मानव हा नेहमी सत्य शोधण्याच्या प्रयत्नात असतो. त्यासाठी तो वेगवेगळ्या शास्त्राच्या मार्फत प्रयत्नशील असून त्यासाठी तो सांख्यिकीचा उपयोग करतो. किंबहुना सांख्यिकी सत्य शोधून काढण्यात मोलाची भूमिका वठवित असते. हे सत्य शोधण्यासाठी तो प्रथम काही संख्या / आकडे संग्रहित करतो. त्याआधारे विश्लेषण करतो. ही आकडेवारी चौकशीच्या किंवा सर्वेक्षणाच्या मदतीने गोळा केली जाते. यालाच सांख्यिकीय चौकशी असे म्हणतात.

नवीन ज्ञानाच्या प्राप्तीसाठी केला गेलेला प्रयत्न म्हणजे संशोधन होय. साधारणतः 'संशोधन' शब्दाचा अर्थ 'ज्ञानाचा शोध' असून जेव्हा हा शोध सांख्यिकीय पद्धतीने केला जातो तेव्हा त्याला 'सांख्यिकीय संशोधन' म्हणतात. सांख्यिकीय संशोधन केवळ त्याच समस्यांशी संबंधीत असतात. ज्या संख्यात्मक विवेचन करण्याजोग्या आहेत.

थोडक्यात सांख्यिकी हे असे शास्त्र आहे. की, जे मानवाला सहाय्यक आहे. या मार्फत निरनिराळ्या शास्त्रामार्फत प्रश्न समजून घेऊन त्याच्या विविध पैलूंवर अधिक प्रकाश टाकला जातो. यासाठी सांख्यिकी विचारात घेणे आवश्यक आहे.

उदा. एखाद्या समाजाच्या राहणीमानाचा विचार करतांना त्या व्यक्तीचा विविध वस्तूंवर होणारा खर्च व त्याकडे उपलब्ध असलेल्या वस्तू यांची चौकशी करून आकडेवारी गोळा करावी लागेल आणि त्यावरून राहणीमानाचा अभ्यास करावा लागेल. सांख्यिकीय चौकशी किंवा सर्वेक्षण सर्वसाधारण किंवा खास अशा हेतूने केली जाऊ शकते. जेव्हा संग्रहित केलेली माहिती सर्वांच्या उपयुक्त असते तेव्हा अशा चौकशीला सामान्य किंवा सर्वसाधारण चौकशी असे म्हणतात. तर जेव्हा संग्रहित केलेली माहिती

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

एखादा विशिष्ट हेतू लक्षात घेऊन किंवा उद्देश डोळ्यासमोर ठेवून चौकशी केली जाते. तेंव्हा त्याला खास चौकशी असे म्हणतात. सर्वसाधारण चौकशीचे उत्कृष्ट उदाहरण म्हणजे जनगणना होय. तर खास चौकशीचे उदाहरण म्हणजे गुन्हेंगाराची किंवा एखाद्या योजने संदर्भातील चौकशी होय. सांख्यिकीय चौकशी करण्यापूर्वी तो प्रश्न काय आहे. हे समजून घेणे गरजेचे आहे. तसेच त्याचा उद्देश, क्षेत्र व काळ निश्चित करणे गरजेचे असून या प्रश्नाचा भविष्यावर पडणारा परिणाम लक्षात घेणे आवश्यक आहे. कोणत्याही प्रश्नाची माहिती मिळवायची म्हणजे त्या प्रश्नाला सांख्यिकीय प्रक्रियेतून जावे लागते. थोडक्यात एखाद्या प्रश्नाची माहिती संग्रहित करण्यापासून ते अहवालापर्यंतच्या भिन्न अवस्था म्हणजे सांख्यिकीय सर्वेक्षण होय. या अवस्था पुढील दोन प्रकारात विभागल्या जातात.

- १) चौकशीचे/सर्वेक्षणाचे नियोजन २) चौकशीची/सर्वेक्षणाची अंमलबजावणी
- १) चौकशीचे /सर्वेक्षणाचे नियोजन:**

आपण जी चौकशी करीत आहोत त्याचे अंतीम उत्तर हे सर्वेक्षणाच्या नियोजनावर किंवा योजनेवर अवलंबून असते. त्यामुळेच सर्वेक्षणाचे नियोजन हे अत्यंत काळजीपूर्वक व काटेकोरपणे करणे गरजेचे असते. यासाठी आपणास खालील बाबी लक्षात घेणे आवश्यक असून या खालील अवस्थातूनच सांख्यिकीय चौकशी केली जाते.

१. संबंधीं प्रश्न हा संख्यात्मक आहे अथवा नाही हे पाहणे आवश्यक.
२. सांख्यिकीय चौकशीचा उद्देश ठरविणे आवश्यक.
३. सांख्यिकीय चौकशीची व्याप्ती ठरविणे आवश्यक.
४. सांख्यिकीय चौकशीचे तंत्र अथवा पद्धी निवडणे.
५. सांख्यिकीय चौकशीचे एकक ठरविणे आवश्यक.
६. सत्यतेच्या मर्यादा ठरविणे आवश्यक.
७. आराखडा ठरविणे.
८. इतर बाबी.

वरील सर्व घटकांचा एकत्रित विचार करून सांख्यिकीय चौकशीचे नियोजन करणे आवश्यक आहे कारण ह्या सर्व बाबी परस्परांवर परिणाम करणाऱ्या म्हणजेच एकमेकांना पूरक आहेत.

१) संबंधीत प्रश्न हा संख्यात्मक आहे अथवा नाही हे पाहणे आवश्यक :

कांही प्रश्न हे संख्यात्मक असतात तर कांही प्रश्न संख्येद्वारे व्यक्त केले जात नाहीत. सांख्यिकीत मात्र संख्यात्मक प्रश्नांचाच अभ्यास केला जातो. परंतू जे प्रश्न संख्यात्मक नाहीत जसे - दारूडूपिणे चांगले की वाईट, देव आहे की नाही. अशा प्रश्नांचा अभ्यास संख्याशास्त्रात केला जात नाही. कांही प्रश्न गुणात्मक असतात पण ते संख्यांच्या माध्यमाने सोडविता येतात. जसे - उपयाङ्गिता. थोडक्यात संख्येत व्यक्त होणाऱ्या प्रश्नांचाच फक्त अभ्यास संख्या शास्त्रात केला जातो. त्यामुळे संबंधीत प्रश्न हा संख्यात्मक आहे किंवा नाही हे पाहणे आवश्यक आहे.

२) सांख्यिकीय चौकशीचा उद्देश ठरविणे आवश्यक:

प्रश्न हा संख्यात्मक आहे हे निश्चित झाल्यावर पुढील अवस्था म्हणजे प्रश्नाचा किंवा चौकशीचा उद्देश ठरविणे होय. उद्देश ठरविल्याशिवाय जर आपण चौकशी करू लागलो तर मुळ प्रश्न एका बाजूला राहून आपण दुसरीकडेच भरकटत जाऊ म्हणून उद्देश ठरविणे हे सर्व प्रथम कार्य आहे. उदा. प्रवास करतांना जाण्याचे एक निश्चित ठिकाण ठरविणे आवश्यक आहे. अन्यथा आपण दुसरीकडेच जाऊ शकतो किंवा कॉलेजला येण्यामागील उद्देश हा ज्ञान प्राप्ती आहे. हा उद्देश डोळ्यासमोर ठेवून मार्गक्रम केला तर उद्दीष्टानुसार यश प्राप्त होईल. परंतू उद्देश समोर न ठेवता कॉलेजला आलो तर आपले आयुष्य दुसऱ्याच मार्गावर मार्गक्रम करू शकते. म्हणूनच उद्देश ठरविणे आवश्यक आहे. थोडक्यात उद्देश ठरविल्यामुळे आवश्यक काय, अनावश्यक काय, महत्वाचे काय व कमी महत्वाचे काय हे सहज समजते.

लदा. एखाद्या लिह्यातील विद्यार्थ्यांच्या आर्थिक परिस्थितीचा अभ्यास करतांना आर्थिक बाजूवरील सर्वाधिक प्रश्न लक्षात घेऊन इतर प्रश्नाला दुय्यम स्थान द्यावे लागेल. जर नुसताच विद्यार्थ्यांचा अभ्यास म्हटले तर कोणत्या प्रश्नावर अधिक भर द्यावा. कोणत्या प्रश्नावर कमी भर द्यावा. हे निश्चित करता येणार नाही. जर एखाद्या लिह्यातील मागासवर्गीय विद्यार्थ्यांच्या

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

आर्थिक परिस्थितीचा अभ्यास करावयाचा झाला तर त्या संबंधातील चौकशी ही निश्चित स्वरूपातील असेल कारण ती ठराविक उद्देशाने प्रेरित झालेली असेल.

थोडक्यात चौकशी करण्यापूर्वी उद्देश स्पष्ट असावा कारण त्या आधारेच आकडेवारी गोळा केली जाते. उद्देशानुसार आकडेवारी गोळा केल्याने गोंधळ निर्माण होत नाही. तसेच दूर उपयोग होत नाही. सर्वेक्षणाचे उद्देश अनेक असू शकतात. जसे

२. पूर्वी केलेल्या संशोधनाला पुष्टी जोडण्यासाठी किंवा पुनर पडताळणीसाठी सांख्यिकीय चौकशीचा उद्देश
३. प्रचलित समज व गैरसमज दूर करण्यासाठी.
४. सिद्धांत खोटे ठरविण्यासाठी सांख्यिकीय चौकशीचा उपयोग.
५. कठीण माहितीला सोपी करण्यासाठी सांख्यिकीय चौकशीचा उद्देश राहू शकतो.
६. एखाद्या गोष्टीची तुलना करण्यासाठी सुद्धा सांख्यिकीय चौकशीचा उद्देश असू शकतो.
७. प्रश्ना संबंधीत किंवा समस्यासंबंधीत सद्यःस्थिती जाणून घेण्यासाठी सांख्यिकीय चौकशीचा उद्देश असू शकतो.
८. नियोजन करण्यासाठी
९. नियमांची चाचणी व नियम मांडण्यासाठी तसेच नियोजनाची यशस्वीता तपासण्यासाठी देखील सर्वेक्षणाचा उद्देश असू शकतो.

वरील प्रमाणे अनेक उद्देशांची पूर्तता करण्यासाठी सर्वेक्षण केले जाऊ शकते. उद्देश कोणताही असो तो स्पष्ट असावा. अन्यथा उद्देशाला सोडून इतर माहिती संग्रहित होण्याची शक्यता अधिक प्रमाणात दिसून येईल.

३) सांख्यिकीय चौकशीची व्याप्ती ठरविणे आवश्यक:

आपल्या अभ्यासाला अनेक शिा असतात. त्यापैकी कोणत्या दिशेने अभ्यास करावयाचा हे उद्देशाने ठरविल्यानंतर तिसरी पायरी म्हणजे सांख्यिकीय चौकशीची व्याप्ती ठरविणे होय. यासाठी कोणत्या पद्धतीने चौकशी करावयाची व ती किती प्रमाणात जमा करावयाची हे ठरविले पाहिजे. सांख्यिकीय चौकशीच्या व्याप्तीत चौकशीचे क्षेत्र, काळ आणि माहितीचा प्रकार इत्यादी

घटकांनी प्रभावित झालेली असते. तसेच व्याप्ती ठरवितांना असंदिग्ध घटना व संदिग्ध घटना यात फरक करावा लागेल आणि हे लक्षात घ्यावे की, असंदिग्ध घटना स्पष्ट करण्यासाठीच सांख्यिकीय पद्धतीचा वापर केला जातो. एखाद्या प्रश्नाची व्याप्ती जेवढी अधिक तेवढी जास्त माहिती जमा करावी लागते. त्यामुळे त्यासाठी अधिक काळ आणि पैसा लागतो. या उलट प्रश्नाची व्याप्ती जेवढी कमी तेवढी कमी माहिती जमा करावी लागते व त्यासाठी काळ व पैसा हा कमीच लागतो. माहिती संग्रहित करतांना ती अतिशय कमी पण असू नये व अनावश्यक किंवा अधिक माहिती पण असून नये म्हणजेच माहिती ही एका प्रमाणातच असावी. ज्यामुळे चुका पण होणार नाहीत व टिका पण होणार नाहीत.

सांख्यिकी माहितीत अधिक सारखेपणा असेल तर कमी माहिती संग्रहित करावी लागेल. निष्कर्षात अचूकपणा आणण्यासाठी अधिक माहिती संग्रहित करावी लागेल. संबंधीं माहिती जमा करण्यासाठी आपल्या जवळ कोणती यंत्रणा आहे व किती पैसा आणि वेळ उपलब्ध आहे. तसेच आपण यासाठी किती परिश्रम घेण्यास तयार आहोत हे सर्व ठरविल्यानंतरच आपल्या अभ्यासाची व्याप्ती कमी जास्त केली जावू शकते.

कोणत्याही विषयाची व्याप्ती खालील तीन घटकांनी प्रभावित झालेली असते. (अ) सर्वेक्षणाचा कालावधी किंवा काळ (ब) भौगोलिक क्षेत्र (क) सर्वेक्षणाला येणारा खर्च या घटकांमुळे विषयाची व्याप्ती ही बदलत असते ती कशी बदलते ते पाहूत.

(अ) सर्वेक्षणांचा कालावधी किंवा काळ/वेळ :

संबंधीत विषयाची माहिती ही किती कालावधीसाठी जमा किंवा एकत्रित करावयाची आहे. यावर पण विषयाची व्याप्ती ठरत असते. शिवकालीन अर्थव्यवस्थेचा अभ्यास करतांना शिवाजी महाराजांनी राज्यकारभार हातात घेतल्यापासून ते त्यांची कारकिर्द संपेपर्यंतचा अभ्यास करावा लागेल. तसेच नांदेड शहरातील दालमिलच्या उत्पादनाचा अभ्यास करावयाचा म्हणल्यावर एक निश्चित असा कालावधी ठरवावा लागतो. त्यासाठी विशेष संदर्भ २००० ते २०१० असे सांगून कालावधी निश्चित केला म्हणजे त्याची व्याप्ती लक्षात येते. आपल्या समोर असलेल्या प्रश्नाचे

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

स्वरूप पाहून कालावधी कमी किंवा जास्त निवडला जातो यावरून निष्कर्ष काढली जातात. थोडक्यात ज्या उद्देशाने सर्वेक्षण करावयाचे असेल त्या उद्दीष्टाला धरून विशिष्ट काळ लक्षात घ्यावा लागतो. जसे - वेतनड्ड आयोगाला वेतनासंबंधीत अहवाल तयार करण्यासाठी त्या संदर्भातील विशिष्ट कालावधीचा अभ्यास करून अहवाल सादर करावा लागतो. कालावधी वाढला की व्याप्ती ही वाढत जाणारी असते. थोडक्यात चौकशी करतांना ती एक महिन्याची, एक वर्षाची, किंवा पाच वर्षाची नेमका कालावधी किती हे ठरविला म्हणजे त्यानुसार त्याची व्याप्ती ठरत असते.

(ब) भौगोलिक क्षेत्र :

भौगोलिक क्षेत्रानुसार व्याप्ती ही बदलत असते. एखाद्या प्रश्नाची व्याप्ती वाढविण्यासाठी त्याचे भौगोलिक क्षेत्र वाढविता येते किंवा व्याप्ती कमी करण्यासाठी भौगोलिक क्षेत्र कमी केले जावू शकते. एका गावाचा, शहराचा, जिल्ह्याचा, प्रदेशाचा, विभागाचा, राज्याचा किंवा देशाचा अशाप्रकारे वेगवेगळे शब्द प्रयोग करून संबंधीत प्रश्नांची व्याप्ती बदलता येते. जर जास्त सखोल अभ्यास करावयाचा असेल तर भौगोलिक क्षेत्र हे कमीत कमी निवडले जाते. सर्वेक्षण करणाऱ्या व्यक्तीने आपल्या संशोधनाची व्याप्ती लक्षात घेऊन भौगोलिक क्षेत्र निवडले पाहिजे.

(क) सर्वेक्षणाला येणारा खर्च :

संशोधकांची आर्थिक स्थिती कशी आहे. त्यावरून सर्वेक्षणाची/ चौकशीची व्याप्ती ठरत असते. जर आर्थिक पाठबळ असेल तर व्याप्ती वाढविता येते पण आर्थिक पाठबळ नसेल तर व्याप्ती कमी करावी लागते. संपूर्ण घटकांची आकडेवारी गोळा करावयाची असेल तर संशोधकाला येणारा खर्च हा जास्त जास्त असतो. पण कांही निवडक घटकांच्या आधारेच माहिती संकलित करावयाची असेल तर येणारा खर्च हा कमी असतो. सर्वेक्षणाला येणारा खर्च व संशोधकाची आर्थिक स्थिती यांचा धनात्मक संबंध असतो आर्थिक स्थिती मजबूत सर्वेक्षणाला येणारा खर्च अधिक त्याची व्याप्ती पण जास्त याउलट आर्थिक स्थिती कमजोर त्याची व्याप्ती कमी व खर्च पण कमी. सरकारची आर्थिक स्थिती भक्कम असते. म्हणून ती जनगणनेची व्याप्ती

जास्त म्हणजेच देशभर असते. पण हीच बाब कोणतीही खाजगी संस्था किंवा व्यक्ती करू शकत नाही. कारण त्यांच्याकडे पैसा हा मर्यादित असतो.

थोडक्यात सांख्यिकीय सर्वेक्षणाची/ चौकशीची व्याप्ती ही वरील तीनही घटकांवर अवलंबून असते.

४) सांख्यिकीय चौकशीचे तंत्र अथवा पद्धी निवडणे:

सांख्यिकीय चौकशी करतांना चौकशीचे तंत्र किंवा पद्धत निवडणे आवश्यक आहे. माहिती संकलनाच्या सामान्यतः दोन पद्धती आहेत (१) संपूर्ण चौकशी (२) नमुना चौकशी या पैकी कोणत्या तंत्राचा वापर करावयाचा हे पहिले ठरविणे आवश्यक असते. त्याचबरोबर करण्यात येणारी चौकशी किंवा माहितीचे संकलन कोणत्या पद्धतीने करावयाचे हे पण ठरविणे आवश्यक आहे. चौकशी ह्या खालील प्रकारच्या आहेत.

(१) प्राथमिक चौकशी (२) दुय्यम चौकशी (३) संपूर्ण चौकशी (४) नमुना पद्धतीची चौकशी (५) एकदाच करावी लागणारी लागणारी चौकशी (६) पुन्हा पुन्हा करावी लागणारी चौकशी (७) प्रत्यक्ष चौकशी (८) अप्रत्यक्ष चौकशी (९) उघड चौकशी (१०) छुपी चौकशी (११) टपालाद्वारे चौकशी इत्यादींपैकी कोणती पद्धत निवडावयाची या संदर्भातील निर्णय सुरुवातीलाच घेणे आवश्यक असते. जेव्हा ज्या प्रश्नाचा अभ्यास करावयाचा आहे. त्या संबंधीत सर्वच्या सर्व घटकांची चौकशी केली जाते. तेव्हा त्याला संपूर्ण चौकशी असे म्हणतात. उदा. जनगणना यात सर्व घटकांची माहिती गोळा केली जाते. येथे वेळ व पैसा अधिक लागतो. या उलट एकुण घटकांपैकी कांही घटकांची निवड करून त्यांचीच माहिती गोळा केली जाते. तेव्हा त्याला नमुना चौकशी म्हणतात उदा. नांदेड शहरातील दालमिलच्या उत्पादनाचा अभ्यास करतांना शहरातील कांही निवडक दालमिलची माहिती गोळा केली जाते. तेव्हा त्यास नमुना निवड पद्धती म्हणतात. वेळ पैसा अधिक लागत नाही. या दोन्ही पासून प्राप्त होणारे निष्कर्ष एकाच स्वरूपाचे असतात.

बरेचदा ठराविक क्षेत्रा संदर्भातील चौकशी यापूर्वी झालेली नसते व या संदर्भातील माहिती उपलब्ध नसते तेव्हा आपणास प्राथमिक स्वरूपाची माहिती गोळा करावी लागते. ही माहिती सर्वोत्कृष्ट असते. त्याला प्राथमिक चौकशी म्हणतात. उदा. गो. संवर्धनाचे अर्थशास्त्रीय योगदान (विशेष संदर्भ:

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

भारतीय गाय) या विषयाला धरून केलेली चौकशी ही प्राथमिक स्वरूपाची असू शकते कारण या संदर्भात कोणीही अधिक माहिती यापूर्वी एकत्रित केली नाही.

बरेचदा आपणास जी माहिती हवी असते ती जवळजवळ कोणीतरी आधीच गोळा केलेली असते. ही माक्ती जेव्हा आपण आहे त्या स्वरूपात वापरतो तेव्हा त्याला दूर्यम स्वरूपाची माहिती म्हणतात यापैकी कोणत्या स्वरूपाची माहिती वापरायची हे ठरविणे आवश्यक आहे.

जेव्हा समाजासमोर एखादा प्रश्न भेडसावत असतो त्या संदर्भातील चौकशी ही एकदाच केली जाते. ही चौकशी सर्व अंगानी केली जाते. म्हणून हिला एकदाच करावी लागणारी चौकशी म्हणतात. तर एखादा प्रश्न पुन्हा पुन्हा भेडसावत असतो तेव्हा अशा प्रश्नाची/समस्येची चौकशी विशिष्ट काळानंतर पुन्हा पुन्हा करावी लागते. त्याला पुन्हा पुन्हा करावी लागणारी चौकशी म्हणतात.

जेव्हा एखाद्या प्रश्नांसंदर्भातील सर्वेक्षण सर्वेक्षक प्रत्यक्ष करतो. तेव्हा त्याला प्रत्यक्ष चौकशी म्हणतात. उदा. उंची, वजन, आकार इत्यादी अनेक गोष्टी ह्या आपणास प्रत्यक्षपणे मोजणे शक्य असते. परंतु काही गोष्टी प्रत्यक्ष मोजणे शक्य नसते उदा. ज्ञान.

कांही चौकशी ह्या उघडपणे करणे शक्य असतात. उदा. विद्यार्थ्यांचे गुण किंवा उद्योगाचे उत्पादन, किंमतीचा अभ्यास इत्यादी. तर कांही प्रश्नांची माहिती मिळणे अवघड असल्याने त्या संदर्भातील माहिती छुप्या पद्धतीने गोळा करावी लागते. उदा. काळा पैसा, भ्रष्टाचार इत्यादी. जेव्हा आपण /सर्वेक्षक संबंधीत कार्यक्षेत्रात जाऊन प्रत्यक्ष रित्या त्यांना भेटून माहिती जमा करतात. तेव्हा त्याला प्रत्यक्ष रित्या केलेली चौकशी म्हणतात. पण सर्वेक्षक हा प्रत्येक ठिकाणी प्रत्यक्ष माहिती मिळविण्यात जाऊ शकत नाही तेव्हा तो तेथील माहिती टपालाद्वारे मागवितो तेव्हा त्यास टपालाद्वारे चौकशी असे म्हणतात. यात वेळ व पैसा दोघांचीही बचत होते.

५) सांख्यिकीय चौकशीचे एकक ठरविणे आवश्यक :-

सांख्यिकीय माहिती ही संख्यात्मक असल्याने तिचा एकक ठरविणे आवश्यक असते. त्याशिवाय माहितीचे संकलन शास्त्र शुद्ध पद्धतीने होणार

नाही. म्हणून माहिती गोळा करण्यापूर्वीच तिचा एकक ठरविला पाहिजे. एखाद्या समस्याचा किंवा प्रश्नाचे उत्तर शोधतांना त्या संबंधित माहिती ही एका एककात किंवा मापकात एकत्रित करावयाची असते. त्यालाच एकक असे म्हणतात. जर एकक ठरविला गेला नाही तर माहिती जमा करण्यास गेलेला व्यक्ती स्वतःच्या मनाप्रमाणे एकक निवडून माहितीचे संकलन करेल परिणामी येणारे निष्कर्ष हे चूकीचे असतील. उदा. शेतकऱ्यांचा अभ्यास करतांना त्यांच्याकडे उपलब्ध शेत जमीन किती हे पाहावयाचे असल्यास, एकक ठरविणे आवश्यक आहे. अन्यथा कोणी एकरात, तर कोणी गुंठ्यात, तर कोणी बिघ्यात आणि हेक्टरात माहिती संकलीत करेल परिणामी निष्कर्ष काढणे कठीण होईल म्हणून शेतजमीन नेमकी कोणत्या एककात मोजायची हे ठरविणे आवश्यक आहे. तसेच शेतीतील उत्पादनाच्या बाबतीत किंवा विद्यार्थ्यांच्या उंचीचा अभ्यास करतांना एकक ठरविला म्हणजे जमा होणारी माहिती सारखी व उपयुक्त होते. जसे संपतीचा अभ्यास करतांना ती रूपयात मोजावयाची की, कशात हे ठरवावे लागेल रूपयात म्हटल्यास ते हजारात की, लाखत हे ही ठरवावे लागते. एकदा का एकक ठरविला की त्यात बदल होता कामा नये. चांगल्या एककात खालील बाबी असणे आवश्यक आहेत. (१) एकक हे स्पष्ट असावेत कारण स्पष्ट नसतील तर वेगवेगळे व्यक्ती त्याचा वेगवेगळा अर्थ काढतील. (२) एकक हे सारखे असावेत. (Homogeneous) कारण सारखेपणा नसेल तर निष्कर्ष काढणे कठीण होईल. (३) ज्या प्रश्नासंदर्भात आपण एकक निवडत आहोत ते उद्देशाला धरून असावेत. (४) सांख्यिकीय एकक ही स्थिर असावीत. कारण अनेकदा विशिष्ट कालावधीनंतर एकक ही कालबाह्य होतात. जसे आणे, पैसा, हे एकक जुने आहेत तसेच शेर, आदली, पायली, हे ही जूने आहेत. म्हणजेच एकक हे प्रचलित काळात वापरता येणारे असावेत. ते दैनंदिन व्यवहारातील असावेत. एकदा का एकक निश्चित केला की, ते बदलू नयेत. जसे उत्पादन मोजतांना जर आपण कधी टनात मोजायलोत, तर कधी मनात तर कधी क्विंटलमध्ये असे करता कामा नये. अशा या एककांचे कांही प्रकार पडतात ते पुढीलप्रमाणे.

सांख्यिकीय एकक



अ) संग्रहण एकक

१. सरळ एकक

२. संयुक्त किंवा मिश्रीत एकक

ब) विश्लेषण आणि प्रस्तुतीकरण एकक

१. दर

२. च्माण

३. गुणांक

अ) संकलन/संग्रहन एकक :-

या मध्य प्रामुख्याने मोजता येणाऱ्या मोजमापनाच्या एककांचा समावेश होत असतो. जसे एखादे कापड मोजण्यासाठी मीटर वापरतात, हे एक भौतिक वस्तूच्या मापनाचे एकक असून ही एका गुणात्मक पद्धतीने पण मोजता येते. त्याला गुणात्मक एकक म्हणतात. असे एकक निसर्गाने ठरवून दिलेली असतात. उदा. झाड, माणुस, प्राणी इत्यादी यांची गणना करणे सोपे असते. उत्पादनाची मोजदात करण्यासाठी उत्पादक एककाची आवश्यकता असते. उदा. एक खुर्ची, एक टेबल, एक पेन, एक दुकान, लांबी, रुंदी, उंची, जाडी, वजन, आकार इ. गोष्टी मोजण्यासाठी जे एकक वापरतात त्याला मापनाचे एकक म्हणतात. पैशाचे एकक हे राष्ट्रीय उत्पन्न मोजतांना मोलाचे ठरते. (रुपये, डॉलर, पौंड, येन, इ.) यालाच नैसर्गिक एकक पण म्हणतात. ही विशिष्ट संख्येत मोजली जातात.

गुणात्मक एककात गुण वैशिष्ट्यांचा विचार केला जातो. उदा. हुशार, चांगला, शिक्षित, अशिक्षित, काळा, पांढरा, स्त्री पुरुष इत्यादी. यांचे ही दोन प्रकार पडतात.

१) सरळ एकक : हे मोजण्यासाठी सरळ एकक असून ती शक्यतो एकाच शब्दांद्वारे व्यक्त केली जाते उदा. किलो, क्विंटल, टन, से.मी., मीटर लीटर, इत्यादी.

२) संयुक्त एकक किंवा जोड एकक :

संयुक्त एकक ही दोन किंवा त्यापेक्षा अधिक एककांच्या मिश्रणातून तयार झालेली असते. म्हणजेच सरळ एककाच्या पहिले विश्लेषण जोडल्याने हे निर्माण होते. उदा. रुपये प्रति क्विंटल, पैसे प्रति किलोमीटर, दरसाल दर

शेकडा, श्रमतास इत्यादी ज्या ठिकाणी जोड अभ्यास करावयाचा असतो. तेथे यांचा उपयोग केला जातो.

ब) विश्लेषण व प्रस्तुतीचे एकक :

याद्वारे सांख्यिकी आकड्यांची तुलना सहजतापूर्ण केली जाते. यात प्रामुख्याने खालील एककांचा समावेश होतो.

१) दर :

या एककांद्वारे एखाद्या संख्येला टक्केवारीत किंवा प्रति हजार किंवा इतर रूपात व्यक्त केले जाते. उदा. प्रति हजार पुरुषामागे स्त्रीयांचे प्रमाण, प्रतिशत व्याजदर, इत्यादी.

२) प्रमाण :

प्रमाण किंवा शेकडेवारी दोन सजातीय घटकांना आपसात भाग दिल्याने प्राप्त होते. उदा. एखाद्या वर्गात १०० मुले व ६० मुली आहेत. तर विद्यार्थ्यांचे प्रमाण ०.६ असेल, दोन व्यक्तींच्या गुणात तुलना करता येते. जसे बेकारीचे प्रमाण, रोजगाराचे प्रमाण, गरीबीचे प्रमाण इत्यादी.

३) गुणांक :

ही एक अशी संख्या आहे. जिला एकूण बेरजेला गुणल्यानंतर जी संख्या प्राप्त होते. जसे नांदेड शहराची लोकसंख्या २००० असून वर्षभरात

६०० लोक मेले तर मृत्यूचे गुणांक $\frac{600}{2000} = 0.3$ असेल

$C = \frac{O}{N}$ ती संख्या जिा गुणांक काढायचा आहे./एहु ण संख्या

बरेचदा आपण आपल्या मनाला वाटेल तो अर्थ लावून सोयीनुसार व आपले काम सोपे व्हावे म्हणून स्वेच्छाने एकक निवडत असतो. त्याआधारे आपले कार्य पार पाडत असतो. वेळेनुसार स्थानानुसार व परिस्थितीनुसार जेव्हा एकक निवडतात. त्याला प्रदर्शनाचे एकक म्हणतात उदा. घंटा, दिवस, महिने, गांव, जिल्हा, राज्य, देश, गुणात्मक व संख्यात्मक इत्यादी.

१०. सत्यतेच्या मर्यादा ठरविणे :

एखाद्या प्रश्नाचा अभ्यास करण्यापूर्वी त्याच्या शुद्धतेचे प्रमाण किंवा स्तर निश्चित करणे आवश्यक आहे. हे सर्वस्वी त्या संशोधनावर अवलंबून असते. पूर्ण सत्यता मिळविणे कठीण असते. कारण त्यासाठी फार मोठ्या प्रमाणात धन, वेळ व परिश्रमांची गरज असते आणि निघणाऱ्या परिणामात

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

फार मोठा अंतर असत नाही. सत्यता कोणत्या सीमेपर्यंत असावी. के आपल्या संशोधनावर अवलंबून असते. किंग यांच्यामते प्रत्येक सांख्यिकीय समस्येसाठी शुद्धतेचा एक स्तर निश्चित करणे आवश्यक आहे.

कांही चौकशी ह्या जास्त काटेकोर असतात. तर काही निव्वळ ढोबख असतात. उदा. जशा वस्तु बदलतात तशा आकृतेची कल्पना बदलत असते. जसे गव्हाचे मोजमाप करतांना तराजू मोठा व ढोबख मानाने वजन केले जाते. पण सोन्याला मात्र एकदम आकू मोजमाप करावे लागते.

आपल्या चौकशीत किती प्रमाणात अगुक्ता आवश्यक आहे. हे सुरुवातीलाच ठरवावे लागते. सांख्यिकीय चौकशीत मात्र १००% खरेपणा असतोच असे नाही. कारण सांख्यिकीय आकडे ही अंदाजावर आधारीत असून ते मोजण्यासाठी वापरण्यात येणारे मापक हे तितकीशी परिपूर्ण नसतात. तर बरेचदा चौकशीची व्याप्ती मोठी असल्याने आपण अश्रवेशक नेमतोत पण हे जर पूर्वग्रह दुषित असतील तर माहितीत आकूता येणार नाही. म्हणूनच सांख्यिकीय चौकशी किंवा सर्वेक्षण ही १००% खरे असतात. असे नाही. म्हणजेच येणारे निष्कर्ष हे १००% खरे असत नाहीत. पण त्यात आकृतेचे प्रमाण जास्त असते. उपलब्ध माहितीची सत्यता ही त्यासाठी लागलेला वेळ, माहिती गोळा करणारी व्यक्ती यांवर अवलंबून असते. आपण फक्त एवढेच पहावयाचे की संबंधीत माहितीत कमीत कमी चुका कशा राहतील व माहितीत आकूता कशी टिकवून ठेवता येईल.

११. आराखडा ठरविणे:

एळाद्या समस्येचा विचार करतांना उपलब्ध माहितीच्या आधारावर निष्कर्ष काढण्यासाठी जी पद्धती वापरली जाते. त्याला आराखडा म्हणता येईल. यात पहिलेच गृहितांची चाचणी केली जाते. यात मोठ्या प्रमाणात प्रायोगिकतेचा वापर केला जातो. थोडक्यात आपणास ज्या संदर्भात अभ्यास करावयाचा असतो. त्या संदर्भातील सर्व घटकांची माहिती म्हणजे आराखडा होय. उदा. नांदेड शहरातील दाळमिल उक्षेगाचा अभ्यास करतांना शहरात असणाऱ्या संपूर्ण दाळमिलची यादी करणे व त्या संदर्भातील आवश्यक माहिती मिळवणे यालाच आराखडा म्हणतात. कारण या उपलब्ध माहितीच्या आधारे पुढील चौकशी केली जाते. अशा प्रकारची माहिती गोळा करतांना

काही दक्षता घ्यावी लागते. जसे माहितीची पुनरावृत्ती होवू नये तसेच ती अपूर्ण असू नये माहिती ही जूनी असू नये. त्याचबरोबर ती अयोग्य पण असता कामा नये हे सर्व दोष दूर करून माहिती गोळा केली जाते. ऊ त्यानंतर संशोधक माहितीचे संग्रहन करतो. या आधारावर कोणती माहिती कधी व किती व कोठून गोळा करावयाची याची योजना ठरविली जाते. यालाच आराखडा म्हणतात.

उशील सर्व बाबी निश्चित केल्यानंतर सांख्यिकीचे खालील कार्य करावे. लागतात. (१) माहितीचे संग्रहन (२) विश्लेषण व निर्वचन इत्यादी. या संदर्भात पुढील प्रकरणांमध्ये विवेचन केले आहे. वरील सर्वांचे काटेकोर रित्या अंमलबजावणी केल्यानंतरच येणारे निष्कर्ष सत्यतेच्या अधिक जवळ जाणारे असतात.

२) चौकशीची/सर्वेक्षणाची अंमलबजावणी :

चौकशीचे नियोजन केल्यानंतर चौकशीची अंमलबजावणी कशी करावी. हे ठरविले जाते. अंमलबजावणी करतांना जर कोठे अडथळा आला तर आपण केलेली पूर्वतयारी ही योग्य झाली नाही हे सिद्ध होते. म्हणूनच चौकशीचे नियोजन करतांना अधिक वेळ लागला तरी चालतो. पण अंमलबजावणी करतांना अडथळा येता कामा नये. ही अंमलबजावणी कशी करावी या संदर्भात अभ्यास करणे गरजेचे आहे. चौकशीची दुसरी पायरी आहे. अंमलबजावणी करतांना पुढील अवस्थामधून जावे लागते.

१. प्रश्नावली तयार करणे.
२. सर्वेक्षकांची निवड करणे व त्यांना प्रशिक्षण देणे.
३. सर्वेक्षकांवर नियंत्रण ठेवणे.
४. माहितीचे संकलन करणे.
५. प्राप्त माहितीच्या सत्तेचा शोध घेणे.
६. माहिती न देणाऱ्यांची परत चौकशी करणे.
७. माहितीचे वर्गीकरण व सारणीयन करणे.
८. आकृती व आलेखाद्वारे माहिती मांडणे.
९. माहितीचे विश्लेषण करणे.
१०. अहवाल तयार करणे.

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

थोडक्यात लोकांकडून आपणास विविध माहिती गोळा करावयाची असते आणि ती जमा करण्यासाठी विविध प्रश्न विचारावे लागतात. या प्रश्नांचा आराखडा म्हणजे प्रश्नावली असून चौकशी करतांना प्रश्नावली तयार केली जाते व ती महत्त्वपूर्ण असते. तल्पूर्वी आपली संपूर्ण चौकशी माहिती गोळा करणारा संग्रहक यावर ती अवलंबून असल्याने म्हणजेच आपल्या चौकशीचे संपूर्ण यश त्याच्यावर अवलंबून असते. म्हणून त्याची निवड योग्य रितीने होणे गरजेचे आहे. तसेच त्याला प्रशिक्षण देणे गरजेचे असते. क संग्रहक कामात रस घेणारा, जबाबदारी समर्जीरा, प्रामाणिक, हुशार, कष्ट घेणारा व ज्यांच्याकडून माहितीचे संकलन करावयाचे आहे त्याच्यांशी सौजन्याने वागणारा असला पाहिजे. असे अूक संग्रहक असल्याने त्याच्यांवर आपले नियंत्रण असणे गरजेचे असते. आपण जे नमुने निवडत आहोत ते योग्य असावेत म्हणजेच नमुने निवडतांना काळजी घ्यावी. एळादी व्यक्ती माहिती देत नसेल तर त्याच्या सोयीनुसार त्याला वारंवार भेट देऊन माहिती घ्यावी. या गोष्टीची जाण असावी. की, जमा होणाऱ्या माहितीच्या आधारावरच आपणास निष्कर्ष काढावयाचे आहेत. त्यामुळे माहिती व्यवस्थित व दर्जेदार असावी.

एकदा का माहिती जमा झाली की, मग त्या माहितीचे वर्गीकरण करून तक्ते तयार करावेत. कारण जमा झालेली माहिती फार विस्तृत स्वरूपाची असते. तिला नेमक्या शब्दात सांगण्यासाठी तिो वर्गीकरण व सारणीयन करणे आवश्यक असते. वर्गीकरण केल्यानंतर त्याआधारे माहिती सहज व लवकर स्पष्ट होण्यासाठी आकृतीच्या व आलेखांच्या साहाय्याने माहितीची मांडणी करावी व तिो विश्लेषण करावे. यावरून कोणता अर्थबोध होतो ते स्पष्ट करावे. यानंतरचा म्हणजेच शेवटचा टप्पा म्हणजे अहवाल तयार करणे होय. अहवालात प्रामुख्याने उद्देश, गृहितक, व्याप्ती, मर्यादा, माहितीचे संग्रहन, विश्लेषण, निष्कर्ष इत्यादी गोष्टीचा समावेश होतो. अशाप्रकारे सांख्यिकीय चौकशी कार्यान्वित केली जाते.

थोडक्यात वरील कोणत्या पद्धतीचा किंवा तंत्राचा वापर करावयाचा हे सर्वेक्षणाच्या/चौकशीच्या स्वरूपावर अवलंबून असते. के सारे पुढील

सांख्यिकीय पद्धती

घटकांवर अवलंबून असते. साधनांची उपलब्धता, उपलब्ध वेळ, समस्येची व्याप्ती, आर्थिक पाठबख आणि माहितीची सत्यता होय.

उर दिलेल्या पर्यायांपैकी कोणता पर्याय वापरावयाचा व कोणता वापरावयाचा नाही. याचा निर्णय चौकशीचे स्वरूप, चौकशी कोणासाठी करावयाची, तिची व्याप्ती, व त्यासंबंधात किती गुप्तता ठेवायची इत्यादी घटकांवर अवलंबून असते.

.....

सांख्यिकीय माहितीचे संग्रहण

माहिती संकलन / संग्रहन ही सांख्यिकी शास्त्राची मुलभूत क्रिया आहे. कारण यावरच संशोधनाचा आराखडा आधारित असतो. म्हणूनच मार्शल यांनी माहिती संग्रहणाला कच्चा माल म्हटले आहे. कारण संशोधनासाठी किंवा निष्कर्षापर्यंत येण्यासाठी आपणाला माहिती गोळा करावीच लागते. ही जमा केलेली माहिती विखुरलेली असते, व्यवस्थित नसते. म्हणून याला कच्चा माल म्हटले पाहिजे यावर सांख्यिकीय प्रक्रिया करून निष्कर्ष बाहेर काढावे लागतात. थोडक्यात माहिती संग्रहण हा महत्वाचा भाग असून माहिती ही विविध ठिकाणी विखुरलेली असल्याने तिला गोळा किंवा जमा करावी लागते. या माहितीवरच आपला पुढील प्रवास असतो. किंवा निष्कर्ष अवलंबून असतात म्हणून माहिती ही दर्जेदार असेल तर निष्कर्ष पण तेवढेच दर्जेदार असतात. सांख्यिकीय माहिती ही आकडेवारीच्या स्वरूपात असते. माहिती दोन पद्धतीने संग्रहित केली जाते. एक म्हणजे अभ्यासक स्वतः माहिती संग्रहित करतो. किंवा अभ्यास क्षेत्र विस्तृत असेल ता दुसऱ्यांच्या माध्यमातून माहितीचे संग्रहीत करतो. दुसरे म्हणजे दुसऱ्याने गोळा केलेल्या माहितीचा उपयोग स्वतःसाठी करून होतो. माहिती संग्रहित करणे किंवा गोळा करणे हे अत्यंत गुंतागुंतीचे कार्य आहे. सांख्यिकीय माहितीचे दोन प्रकार आहेत.

अ) प्राथमिक माहिती (Primary Data)

ब) द्वितीयक माहिती. (Secondary Data)

वरील दोन प्रकारापैकी कोणत्या प्रकाराची निवड करावी हे सर्वेक्षकाकडे असलेला उपलब्ध वेळ, आर्थिक पाठबळ, चौकशीचे स्वरूप व व्याप्ती, काळ, स्थळ, सत्यतेचे प्रमाण यावर अवलंबून असते. सर्वसाधारणपणे सांख्यिकीय चौकशी ही द्वितीय आकडेवारी वरच आधारीत असते. पण जेव्हा

द्वितीय माहिती उपलब्ध होत नाही तेंव्हा प्राथमिक चौकशीचा वापर केला जातो.

अ) प्राथमिक माहिती/चौकशी:

माहिती गोळा करणारी व्यक्ती जेंव्हा स्वतः किंवा आपल्या प्रतिनिधीमार्फत माहिती संग्रहीत करतो. या पद्धतीला प्राथमिक माहिती किंवा चौकशी असे म्हणतात. थोडक्यात प्रथम प्रयत्नातून किंवा अध्ययनातून प्राप्त केलेल्या माहिती संकलनाला प्राथमिक माहिती/चौकशी म्हणतात. म्हणजेच प्राथमिक चौकशीची आकडेवारी प्रथमहस्त असते. उदा. गो-संवर्धनाचे अर्थशास्त्रीय योगदान या विषयावर संशोधक जेंव्हा स्वतः किंवा प्रतिनिधीमार्फत जेंव्हा माहिती संकलीत करतो. तेंव्हा त्याला प्राथमिक चौकशी म्हणतात. थोडक्यात या पद्धतीत माहिती गोळा करणाऱ्या व्यक्तीला स्वतः संबंधीत ठिकाणी संपर्क साधावा लागतो. अशा प्रकारची माहिती प्रथमच प्राप्त होत असते. म्हणजेच संशोधक पहिल्यांदा पहिल्या पासून ते शेवटपर्यंत नव्याने माहिती संकलित करित असतो. उदा. एखादा व्यक्ती नांदेड ते मुंबई रेल्वे प्रवासात अपंग भिकाऱ्याची संख्या, दररोजचे उत्पन्न या संबंधीत आकडे संग्रहित करित असेल तर ते एखाद्या पुस्तकात प्राप्त होणार नाही. तर त्या व्यक्तीला स्वतः प्रत्यक्षात ही माहिती संकलीत करावी लागेल. प्राथमिक माहितीचे संकलन खालील काही पद्धतीद्वारे केले जाते. यांना प्राथमिक पद्धती म्हणतात.

१. प्रत्यक्ष व्यक्तीगत मुलाखत किंवा अवलोकन (Direct personal Interview Observation)
२. अप्रत्यक्ष मौखिक मुलाखत. (Indirect Oral Interview)
३. स्थानिक स्रोत किंवा प्रतिनिधीद्वारे माहितीचे संकलन. (Information throught Local Sources or corres Pondents.)
४. प्रश्नावलीद्वारे माहितीचे संकलन (Mailed Questionaire Method)
५. अनुसूचीद्वारे माहितीचे संकलन.
६. निरीक्षण.

१. प्रत्यक्ष व्यक्तीगत मुलाखत :

या पद्धतीत ज्या व्यक्तीकडून माहिती प्राप्त करावयाची असते माहिती संकलीत करणारा व्यक्ती स्वतः माहिती देणाऱ्या व्यक्तीशी प्रत्यक्ष संपर्क साधून माहिती जमा करतो. माहिती देणाऱ्या व्यक्तीला प्रश्न विचारून माहिती जमा केली जाते. अशा प्रकारे मिळविलेल्या माहितीला प्रथम हस्त माहिती म्हणतात. या पद्धतीचा वापर युरोपमध्ये लेप्ले यांनी कामगाराच्या उत्पन्न व खर्चा संबंधीत आकडे एकत्रित / गोळा केले होते. तसेच **ऑर्थर यंग** यांनी पण कृषी उत्पादनाचा अभ्यास करतांना या पद्धतीचा उपयोग केला होता. या पद्धतीत माहिती घेणाऱ्या अनवेक्षकांची अवलोकनाची शक्ती तिब्र असावी. कारण अवलोकनातून बऱ्याच प्रश्नाचे उत्तरे प्राप्त होतात. त्याच बरोबर माहिती खरी का खोटी हे समजते. आवश्यक माहिती चातुर्याने मिळविता येते. सर्व परिस्थितीचे बारीक निरीक्षण करता येते. त्याला उलट तपासणी करता आली पाहिजे. या पद्धतीचे खालीलप्रमाणे गुणदोष आहेत.

गुण :

१. माहिती संग्रहीत करणारा व्यक्ती व्यक्तीशः माहिती देणाऱ्या व्यक्तीकडे जात असल्याने माहिती देणारा व्यक्ती खोटी माहिती देत नाही.
२. या पद्धतीतून प्राप्त निष्कर्ष हे शुद्ध मौलिक व विश्वसनीय असतात.
३. एखादा प्रश्न समजला नाही तर समजावून सांगता येतो.
४. माहिती देणाऱ्याच्या शंका दूर होवून माहिती अचूक प्राप्त होते.
५. प्राप्त माहिती खरी की खोटी तपासण्यासाठी उलट प्रश्न (Cross – Question) विचारून तपासता येतात
६. ही पद्धती लचकिक आहे. एखादा प्रश्न मन दुखावणारा असेल तर तो वगळून दुसरा विचारता येतो. किंवा न समजलेल्या प्रश्नाचे स्पष्टीकरण देता येते.
७. एकाच व्यक्तीकडून आकडे जमा केली जात असल्याने आकड्यामध्ये सजातीयता टिकून राहते.
८. माहिती देणारा गुप्त माहिती सहज बोलून जातो. त्यामुळे सत्यता कळते.

९. भाषेचा प्रश्न सुटतो.

१०. न मिळणारी माहिती पण या पद्धतीमुळे मिळू शकते.

दोष :

१. विस्तृत क्षेत्रासाठी या पद्धतीचा वापर करता येत नाही कारण अधिक व्यक्तीचा अभ्यास करणे म्हणजे तेवढ्या लोकापर्यंत पोहोचणे अवघड असते. त्यासाठी वेळ पैसा व श्रम अधिक लागतो.
२. माहिती जमा करण्यासाठी व त्यावर क्रिया करण्यासाठी अधिक वेळ लागतो.
३. माहिती गोळा करण्यासाठी अन्वेषकांची नियुक्ती केल्याने खर्च वाढतो.
४. अन्वेषक किंवा माहिती गोळा करणारा पूर्वग्रह ठेवून माहिती गोळा करत असेल तर माहिती एकांगी होते. बरोबर माहिती उपलब्ध होत नाही.
५. अनेकांना प्रशिक्षण देण्यावर मोठा खर्च होतो. तसेच त्यांच्यावर नियंत्रण ठेवणे आवश्यक असते. अन्यथा चूक माहिती समोर येते अभ्यास क्षेत्र जेव्हा मर्यादीत असते. तेंव्हाच या पद्धतीचा वापर करता येतो. जेथे आकडे गुप्त ठेवावयाची असतात. तेथे ही पद्धती उपयुक्त आहे.

२) अप्रत्यक्ष मौखिक मुलाखत :

या पद्धतीत ज्या व्यक्तीची माहिती मिळवावयाची असते त्या व्यक्तीकडून माहिती न मिळविता त्याच्या जवळच्या व्यक्तीकडून ज्याला त्याच्या संदर्भातील संपूर्ण माहिती आहे. त्याकडून माहिती गोळा केली जाते. त्याला अप्रत्यक्ष मौखिक मुलाखत म्हणतात.

असे तेंव्हाच केले जाते जेव्हा कार्यक्षेत्र खूप मोठे असेल आणि व्यक्तीशी संपर्क स्थापित करणे कठीण असेल किंवा माहिती देणारे या संदर्भात रूची दाखवत नसतील किंवा माहिती ही गुंतागुंतीची असेल तेंव्हाच या पद्धतीचा वापर केला जातो.

उदा. कोणताही विद्यार्थी आपण सिगारेट अथवा तंबाखू पितो अथवा खातो. असे म्हणत नाही. अशावेळी अभ्यासक महाविद्यालयातील विद्यार्थ्यांचे

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

व्यसनाधीनतेचे प्रमाण माहित करण्यासाठी संबंधीत विद्यार्थ्यांच्या वर्गमित्राकडून किंवा संबंधित विद्यार्थ्यांची पूर्ण माहिती असणाऱ्या व्यक्तीकडून माहिती गोळा करतो. यालाच अप्रत्यक्ष मौखिक पद्धती म्हणतात.

उदा. चोरी करणारा व्यक्ती मी चोरी केली म्हणून कधीच म्हणत नाही अशावेळी साक्षीदारामार्फत माहिती मिळविली जाते.

थोडक्यात या पद्धतीत प्रत्यक्ष संबंधीत व्यक्तीकडून माहिती गोळा न करता साक्षीदाराकडून विचारपूस करून माहिती प्राप्त केली जाते. जे व्यक्ती की स्थितीशी अप्रत्यक्ष स्वरूपात संबंधीत असतात.

या पद्धतीचा उपयोग सहसा सरकारी कमिटी किंवा कोर्ट पोलीस किंवा आयोगाद्वारे केला जातो. या पद्धतीत आधीच्यापेक्षा चौकस व चाणाक्ष अन्वेषक असावे लागतात अशा व्यक्तीकडूनच माहिती गोळा केली पाहिजे. की ज्या व्यक्तींना याचे पूर्ण ज्ञान किंवा माहिती आहे.

गुण :

१. जेथे प्रत्यक्ष मुलाखत पद्धत उपयोगी नसते तेथे या पद्धतीचा वापर केला जातो.
२. या पद्धतीत वेळ, पैसा, व श्रम कमी खर्च होतो.
३. या पद्धतीवर पूर्वग्रहाचा किंवा व्यक्तीगत पक्षपातीचा प्रभाव पडत नाही.
४. ही पद्धती विस्तृत क्षेत्रासाठी पण वापरता येते.
५. माहिती देणारी व्यक्ती संबंधीत नसल्याने खरी माहिती प्राप्त होते.

दोष :

१. प्रत्यक्ष ज्याची माहिती घ्यायची आहे त्याच्याशी संपर्क नसल्याने खोटी माहिती मिळू शकते.
२. माहिती देणाऱ्याच्या चुकीमुळे माहिती चूकीची मिळते.

३) स्थानिक स्रोत किंवा प्रतिनिधीद्वारे माहितीचे संकलन:

या पद्धतीत माहिती मिळविणाऱ्या व्यक्तीद्वारे वेगवेगळ्या ठिकाणी तेथील स्थानिय व्यक्ती किंवा प्रतिनिधी किंवा वार्ताहराची नियुक्ती केली जाते. जी की स्वतःच्या पद्धतीने माहिती गोळा करीत असतो. आणि नंतर ही माहिती संबंधीत व्यक्तीला किंवा अभ्यासकाला पाठवितो या मिळालेल्या

निष्कर्ष वजा माहितीच्या आधारे निष्कर्ष काढली जातात. याची नेमणूक वेतनावर झालेली असते.

उदा. एखाद्या वर्तमानपत्राचे वार्ताहर ज्याप्रमाणे विविध गावी नियुक्त केलेले असतात. ते उपलब्ध बातमी/माहिती मुख्य कार्यालयाकडे पाठवितात अशाप्रकारे या पद्धतीद्वारे माहिती संग्रहित केली जाते.

या पद्धतीचा उपयोग सरकारच्या विविध खात्यात केला जातो. जसे प्रत्येक जिल्ह्यात अर्थ व सांख्यिकी कार्यालय असते. हे कार्यालय संबंधीत जिल्ह्यातील आकडेवारी मुख्य शाखेत पाठवून देतो त्या आधारावर योजना आखल्या जातात. धोरण ठरविले जाते.

गुण :

१. या पद्धतीचा विस्तार अतिशय मोठा असल्याने व्यापक क्षेत्राची माहिती उपलब्ध होते.
२. वेळ, पैसा, व श्रम कमी लागून माहिती तीव्रतेने प्राप्त होते.
३. दूरच्या ठिकाणावरून सारखी माहिती मिळविता येते.
४. प्रतिनिधी स्वतः घटनेला भेट देत असल्याने माहिती खरी असते.
५. जेथे अधिक शुद्धतेची आवश्यकता नसते तेथे हे उपयुक्त आहे.

दोष :

१. प्राप्त आकड्यामध्ये / माहितीत सत्यता आणि मौखिकतेचा अभाव असतो.
२. प्रतिनिधीमध्ये पक्षपातपणाची भावना असेल तर माहिती पक्षपातपूर्ण एकांगी होते.
३. या पद्धतीत एकरूपतेचा अभाव असतो कारण आकडे भिन्न भिन्न ठिकाणाहून प्राप्त केलेली असतात शिवाय प्रत्येकांचा पाहाण्याचा दृष्टिकोन वेगळा असतो.
त्यामुळे प्रतिनिधींनी व्यक्तीगत धारणा व पक्षपात पासून दूर राहणे. गरजेचे आहे. नाहीतर निष्कर्ष काढणे अवघड होते. किंवा चुकीचा निष्कर्ष निघतो.

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

४) प्रश्नावलीद्वारे माहितीचे संकलन:

या पद्धतीला टपालाद्वारे चौकशी असेही म्हटले जाते. एकदा का अभ्यास विषय ठरला की, त्या संबंधीत प्रश्नाची एक यादी तयार केली जाते. यालाच प्रश्नावली म्हणतात. यात ज्या संदर्भातील माहिती संकलीत करावयाची असते. त्याला अनुसरून अनेक प्रश्न तयार केले जातात. व हे प्रश्न विषय तज्ञाकडून तपासून घेतली जातात. अशा प्रश्नाच्या सुचीला प्रश्नावली म्हणतात.

या पद्धतीत प्रश्नासंबंधीत उत्तरे ज्या व्यक्तीकडून आपणास माहिती प्राप्त करावयाची आहे त्या व्यक्तीकडून उत्तरे मिळवली जातात. या पद्धतीचे संपूर्ण यश काढलेल्या प्रश्नावर अवलंबून असते. त्यामुळे प्रश्न तयार करतांना ते उद्देशांना अनुसरून असले पाहिजेत. त्यामुळेच प्रश्नावली तयार करणे अत्यंत कौशल्याचे काम असून ती तयार करतांना प्रश्नासंदर्भात खालील तत्वे पाळणे आवश्यक आहेत.

आदर्श प्रश्नावलीचे गुण :

१. स्वतःचे ओळखपत्र किंवा माहिती पत्र : आपल्याला ज्या व्यक्तीकडून माहिती भरून घ्यावयाची आहे त्या व्यक्तीकडे अचानक एक प्रश्नावली पाठविली तर त्या व्यक्तीच्या मनात अनेक प्रश्न निर्माण होतात. हा अभ्यास कोण करीत आहे ? आपण माहिती दिल्यास आपले कांही नुकसान होणार नाही ना ? अशा अनेक प्रश्नामुळे तो माहिती भरणार नाही. ही अडचण सोडविण्यासाठी प्रश्नावलीसोबत आपले एक ओळखपत्र पाठवावे. तसेच सर्वेक्षणाचा उद्देश, विषयासंबंधी प्राथमिक माहिती, या चौकशीचा समाजाला व देशाला कसा उपयोग होणार आहे. माहिती गुप्त स्वरूपाची असेल तर ती गुप्त ठेवण्याचे वचन देणारे पत्र यात माहितीचा वापर माहिती देणाऱ्या विरुद्ध केला जाणार नाही, हे स्पष्ट असावे. म्हणजेच हमीपत्र. जर प्रश्नावली पोष्टाने पाठविली जात असेल तर स्वतःचा पत्ता लिहिलेला व पोष्टाचे योग्य तिकीट असलेला लिफाफा सोबत पाठवावा. जेणेकरून माहिती देणारा माहिती भरून त्या लिफाफ्यात परत पाठवेल.

थोडक्यात माहिती देणाऱ्याला कोणताही त्रास होऊ नये किंवा त्याच्या खिशाला झळ पोहोचू नये याची दक्षता घेऊन त्याला प्रश्नावली पाठवावी. म्हणजे माहितीदाता खूष होऊन किंवा समाधानी होऊन आपल्याला माहिती पाठवेल.

२. **प्रश्न समजण्यास सोपे असावे :** आपली प्रश्नावली ज्या व्यक्तीकडे जाणार आहे त्या व्यक्तीची शैक्षणिक कुवत पाहता त्याप्रमाणे साधे सोपे प्रश्न असावे म्हणजेच प्रश्न हे क्लिष्ट व समजण्यास अवघड असू नयेत. जर प्रश्न कठीण स्वरूपाचे असतील तर त्या प्रश्नाचे योग्य उत्तर मिळणार नाही. म्हणूनच प्रश्न तयार करतांना तांत्रिक शब्दांचा वापर न करता अर्थपूर्ण शब्द वापरून तयार करावेत. जर प्रश्नावलीत अवघड शब्द दिले असतील तर त्यांचा अर्थ स्पष्ट होईल असा पर्यायी शब्द तेथे खाली कंसात नमूद करावा. थोडक्यात प्रश्न सोपे व साधे असावेत.
३. **प्रश्नावलीतील प्रश्न संख्या कमी ही असू नये व जास्त पण असू नये :** प्रश्नावलीत प्रश्नांची संख्या अधिक असेल तर माहिती देणारा व्यक्ती प्रश्नाची संख्या पाहूनच कंटाळा करेल. तो टाळाटाळ करून प्रश्नांची उत्तरे पूर्ण देणार नाही. म्हणजे प्रश्नावली पूर्ण भरणार नाही. तसेच प्रश्नाची संख्या कमी ही नसावी कारण कमी प्रश्न असतील तर पूर्ण चौकशी होणार नाही. उत्तर तपासणी अशक्य होईल. प्रश्नाची संख्या किती असावी. याचे उत्तर देणे शक्य जरी नसले तरी उद्देश पूर्ण करण्याजोगे प्रश्नाची संख्या असावी. एका बैठकीत उत्तरे देता येतील एवढेच प्रश्न असावेत. सामान्यपणे २५ ते ३५ च्या दरम्यान प्रश्न संख्या असते. असा प्रघात आहे. जास्तीत जास्त ४० प्रश्न असावेत. यावर प्रश्न विचारू नयेत. तसेच प्रश्न हे दोन ते तीन विभागात विभागलेली असावी. सुरुवातीला वैयक्तिक माहिती विचारणारे प्रश्न त्यानंतर उत्पन्न व राहणीमान संदर्भातील व शेवटी उद्देशानुसार प्रश्न असावेत.

४. **प्रश्न हे विशिष्ट क्रमाने असावेत** : प्रश्नावलीत येणारे प्रश्न हे विशिष्ट क्रमाने यावेत. वर सांगितल्याप्रमाणे वैयक्तिक माहिती विचारणारे प्रश्न हे एका क्रमाने त्याच विभागात असावेत. असे होऊ नये की, पहिला प्रश्न आपले नांव काय दुसरा प्रश्न शेतकऱ्यांना तुम्ही काय संदेश देऊ इच्छिता. आणि एकदम तिसरा प्रश्न आपला पत्ता काय. म्हणजेच उड्या मारणारे प्रश्न असू नयेत. असे प्रश्न असतील तर प्रश्नाचे उत्तर देणाऱ्याची लिंक तुटते. उत्साह राहात नाही. म्हणून प्रश्न ठराविक विभागानुसार क्रमाक्रमाने विचारावेत. आडवे तिडवे प्रश्न विचारल्यास उत्तर भरण्यास वेळ लागतो, त्रास ही होतो. एक लय कायम राहत नाही.
५. **प्रश्न स्पष्ट असावेत** : विचारलेले प्रश्न मोघम न राहता किंवा गोंधळात न राहता प्रश्न स्पष्ट असावेत. अन्यथा प्रश्न समजले तरी त्याचे उत्तर काय किंवा कोणत्या प्रकारे द्यावे हे लक्षात येत नाही उदा. आपले उत्पन्न काय असे म्हटल्यावर प्रतिदिन, आठवडी, मासिक, वार्षिक, नेमके कोणते लिहावे. हे स्पष्ट होत नाही. तसेच शेतीचे उत्पादन किती या प्रश्नात पण असाच गोंधळ निर्माण होतो. म्हणून प्रश्न स्पष्ट स्वरूपाचे असावेत. त्यात संदिग्धता नसावी.
६. **प्रश्नात द्विअर्थी शब्द टाळावेत** : प्रश्नात द्वि अर्थी शब्द नसावेत. कारण द्विअर्थी शब्द असेल तर उत्तर दाता कोणता अर्थ घेऊन उत्तर देईल. हे सांगता येत नाही किंवा गोंधळून उत्तरच देणार नाही. जर अशा प्रकारचे शब्द प्रश्नावलीत वापरले असतील तर त्यांचा आपल्याला अपेक्षित असणारा अर्थ बाजुला देणे आवश्यक आहे. तरी शक्यतो द्विअर्थी शब्द प्रश्नात असता कामा नये.
७. **प्रश्नाची उत्तरे लांबलचक असू नये** : कोणत्याही व्यक्तीला लांबलचक प्रश्नाची उत्तरे लिहिणे नकोसे वाटते. त्याचबरोबर कामात असणाऱ्या व्यक्तीला तर पहिलेच वेळ नसतो. त्यात आपण निबंध वजा प्रश्नांची उत्तरे विचारत असुत तर तो त्याची उत्तरे देणार नाही लांबलचक उत्तरे असले की, वेळ अधिक लागतो. तसेच त्याचे वर्गीकरण करणे अवघड होऊन बसते.

म्हणून शक्यतो प्रश्नांना पर्यायी उत्तरे द्यावीत.जेनेकरून वेळ वाचेल व वर्गीकरण करणे सोपे होईल. उदा. आपली आर्थिक स्थिती कशी आहे. याला पर्याय द्यावेत.(अ) अतिशय चांगली (ब) चांगली(क) मध्यम (ड) वाईट असे पर्याय दिल्यास तो त्या पर्यायावर टिकमार्क करेल. म्हणजेच प्रश्न बहूपर्यायी असल्यास त्याचे मत लवकर कळेल वेळ वाचेल आणि वर्गीकरण पण लवकर करता येईल. जेथे पर्याय नको असतील तेथे दोन ओळीत लिहिण्याची जागा ठेवावी. म्हणजेच उत्तरासाठी जागा कमी देणे म्हणजे उत्तरात नेमकेपणा येईल.

८. गुप्त प्रश्न भावना दुखावणारे आणि वैयक्तिक माहितीचे प्रश्न टाळावेत : ओळखीच्या माणसाला आपण त्याचा गुप्त प्रश्न विचारतांना दहादा विचार करतो. तर मग ज्या व्यक्तीकडून आपण माहिती मिळवणार असतो त्यांची साधी तोंडओळख पण नसते. म्हणून प्रश्न साधा सरळ असावा. गुप्त स्वरूपाचा असू नये. जसे तुम्ही कोणते बेकायदेशीर कार्य करतात.? तुमचे पत्नीव्यतिरिक्त इतर संबंध आहेत का.? किंवा तुम्हाला गुप्तरोग आहे का ? किंवा तुम्ही भ्रष्टाचार, काळाबाजार करता का ? असे प्रश्न टाळावेत असे प्रश्न विचारल्यास तो कोणत्याही प्रकारची माहिती देणार नाही. त्याचा रोष तुम्हाला ओढवून घेतला जाईल. थोडक्यात व्यक्तिगत स्वरूपाचे किंवा त्याच्या खाजगी जीवनावर भावना दुखावणारे प्रश्न असू नयेत. तुमची जात कोणती.एखाद्या व्यक्तीला गुरु मानता का? देव मानता का ? पुजा करता का ? गंध का लावतात. अशा प्रकारचे भावना दुखावणारे प्रश्न टाळावेत.
९. प्रश्नाची उत्तरे ही होय / नाही स्वरूपात असावेत : आपण जी प्रश्नावली तयार करीत असतो. त्यात प्रश्न अशी असावीत. की, ज्याचे उत्तर होय/नाही स्वरूपाची असावीत. जेनेकरून माहिती देणाऱ्याचा वेळ वाचेल तो फक्त या पर्यायावर (✓) असे ओळख चिन्ह देईल. उदा. आपल्याला मुलगा आहे, का? होय (✓)नाही ()

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

आपण नैसर्गिक जैविक शेती करता का ? होय () नाही (✓) अशा स्वरूपाचे प्रश्न असावीत जेणे करून उत्तरे पटकन दिली जातील.

१०. **योग्य ठिकाणी तळटिप किंवा सूचना असाव्यात.:** प्रश्नावलीत काही ठराविक शब्दाचा अर्थ माहिती देणाऱ्यास कळावा म्हणून त्या प्रश्नाखाली तळटिप किंवा सूचना दिलेल्या असाव्यात म्हणजे आपणास अभिप्रेत असणारा अर्थ समजून त्यानुसार माहितीदार माहिती देईल. उदा. आपण पंचगव्याचा वापर करता का? प्रश्नात पंचगव्य म्हणजे काय हे सांगण्यासाठी तळटिप देणे आवश्यक आहे. (पंचगव्य म्हणजे देशी गायीचे दुध, तूप, दही, गोमूत्र, शेण यांचे मिश्रण युक्त औषधी होय.) सूचना देतांना ही प्रश्नावली किती काळात कोठे पाठवावी. हे सांगावे. किंवा उंची व वजन कशात मोजावे (किलो, क्विंटल, से.मी.) इत्यादी. माहिती प्रश्नावलीत सूचनेच्या रूपात द्यावी.

११. **प्रश्नावलीत उत्तर तपासणी करणारे प्रश्न असावेत :** आपण ज्या व्यक्तीकडून माहिती जमा करीत आहोत ती व्यक्ती कितपत खरीखूरी माहिती देत आहे. हे पाहण्यासाठी प्रश्नावलीत असे ही प्रश्न असण्याची गरज आहे. की, ज्याच्या दिलेली माहिती तपासता येईल. असे उलट तपासणी करणारे प्रश्न असावेत. उदा. शेतकऱ्याला त्याचे वार्षिक उत्पन्न काय असा प्रश्न असेल तर त्याला अनुसरून उप प्रश्न असावेत. जसे दुध विक्रीतून मिळणारे उत्पन्न किती? शेणखत विक्रीतून मिळणारे उत्पन्न किती? या व्यतिरिक्त इतर व्यवसायातून मिळणारे उत्पन्न किती ? असे अनेक उपप्रश्न विचारून त्याने दिलेल्या माहितीची उलट तपासणी करणे गरजेचे आहे. उत्तर तपासणी करणारे प्रश्न हे काळजीपूर्वक विचारलेले असावेत. जेणेकरून माहिती देणाऱ्या व्यक्तीस आपली उलट तपासणी होत आहे हे कळता कामा नये. नाही तर तो नाराज होवून पुढील प्रश्नाचे उत्तर देणे टाळेल. तसेच उलट तपासणी करणे आवश्यक असते, कारण व्यक्ती हा आपल्याला ज्यातून जास्त फायदा होईल. असेच उत्तरे देत असतो.

१२. **प्रश्नाचे उत्तर लिहिण्यासाठी योग्य जागा असावी :** प्रश्नाचे कांही उत्तरे तीन ते चार ओळीत लिहिण्यासाठी जागा असावी. जेणे करून त्यांना आपले मतप्रदर्शन करता येईल. त्यांचे स्वातंत्र्य हिरावून घेऊ नये. असे प्रश्न प्रश्नावलीत शक्यतो शेवटच्या भागात ठेवावेत. उदा. आपण इतर शेतकऱ्यांना काय संदेश देऊ इच्छिता ?
१३. **प्रश्नाची उत्तरे निश्चित स्वरूपाची असावीत :** प्रश्न ही अशी असावीत की, ज्या व्यक्तीकडून माहिती मिळवावयाची आहे. त्या व्यक्तीकडे सहज उपलब्ध होणारी असावी. म्हणजेच माहिती देणाऱ्या व्यक्तीला माहिती असणाऱ्या संबंधीत प्रश्न परिचित असावेत. त्या प्रश्नाचे उत्तर ही निश्चित स्वरूपाचे असावेत.
१४. **प्रश्नावलीतील प्रश्न उद्देशाला धरून असावेत :** प्रश्न हे ज्या मुद्यासंदर्भात आहेत. त्या मुद्याला धरूनच प्रश्न प्रश्नावलीत असावेत. कारण आपण एका विशिष्ट उद्देशाला धरूनच अभ्यास करीत असतो. तो साध्य करण्यासाठी आपण प्रश्नावलीत उद्देशाला धरूनच प्रश्न विचारावेत. अनावश्यक प्रश्न टाळावेत.
१५. **प्रश्नावलीची चाचणी पूर्व करावी :** ज्या व्यक्तीकडून आपण माहिती गोळा करू इच्छितो त्या व्यक्तीला प्रश्नावली पाठविण्यापूर्वी आपली प्रश्नावली तज्ञाकडून तपासून घ्यावी. तसेच आपल्या परिचयातील दोन तीन व्यक्तीकडून ती भरून घ्यावी. जेणे करून त्यातील चूका / दोष आणि अनावश्यक प्रश्न कोणती तसेच कोणत्या प्रश्नासंदर्भात कोणती अडचण आहे. आपला उद्देश साध्य होतो आहे की नाही याची माहिती होईल. थोडक्यात प्रश्नावलीतील दोष दूर करण्यासाठी प्रश्नावलीची पूर्व चाचणी करावी.
१६. **प्रश्नावली आकर्षक असावी :** प्रश्नावली आकर्षक असावी याचा अर्थ प्रश्नावलीसाठी वापरण्यात येणारा कागद चांगला असावा. ती आकर्षक पद्धतीने छापलेली असावी. रंग हा मोहक असावा. उत्तरासाठी भरपूर मोकळी जागा असावी. योग्य ठिकाणी चित्राचा उपयोग करावा. तसेच योग्य तो समास (Margin) सोडलेला असावा. थोडक्यात प्रश्नावली पाहिल्यावर उत्तर देणाऱ्याच्या

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

डोळ्याला ती आकर्षक आल्हाददायक आराम देणारी प्रश्नावलीचे महत्व पटवून देणारी आपल्या भावना व्यक्त करणारी असावी. तेंव्हाच तो प्रश्नावली पाहताच त्याचे उत्तरे भरून देतो. थोडक्यात First Imprechin is Last Impretion हे लक्षात घेऊन प्रश्नावली तयार करण्यात यावी. कारण यावरच आपला पुढील अभ्यास/ संशोधन/निष्कर्ष अवलंबून असते.

१७. प्रश्नावलीतील प्रश्नांच्या आधारे सारणीयन किंवा वर्गीकरण करणे शक्य असावे : आपण जे प्रश्न विचारीत असतो. त्या प्रश्नाची उत्तरे वर्णनात्मक स्वरूपाची असू नये. कारण तशी असल्यास त्याचे तकत्यात रूपांतर करणे अवघड असते. थोडक्यात प्रश्न असे असावेत. की त्याच्या उत्तराच्या साह्य्याने सारणीयन किंवा वर्गीकरण करता येईल.

१८. प्रश्नावली भरण्यासाठी संगणकाची किंवा आकडेमोडीची आवश्यकता पडू नये : प्रश्नावलीत असे विचारता कामा नये की, ज्यामुळे माहिती देणाऱ्यास आकडेमोड करावी लागेल. किंवा संगणकाची मदत घ्यावी लागेल. असे प्रश्न असल्यास ही प्रश्नावली किचकट होऊन माहितीदार प्रश्नाची उत्तरे देणार नाही. कारण संगणक किंवा आकडेमोड करण्याची साधने प्रत्येकाकडे असतेच असे नाही. थोडक्यात प्रश्नावलीतील प्रश्नांची उत्तरे सहजपणे भरता येतील. असे प्रश्न असावीत. उदा. रोजंदारीवर काम करणाऱ्यांना वार्षिक पगार विचारू नये त्याला किती रु. रोज मिळतो किंवा आठवडी पगार किती. असा प्रश्न असावा. जेणे करून त्याला आकडेमोड करावी लागणार नाही. जसे मिस्तरी किंवा गवंडी लोकांना आठवड्याला रोजंदारीनुसार पगार दिला जातो. त्याला वार्षिक पगाराचा हिशोब काय कळणार त्याला वार्षिक पगार विचारल्यास आकडेमोड करावी लागेल. परिणामी तो प्रश्नावली भरण्याचे टाळाटाळ करेल.

थोडक्यात आपल्या प्रश्नावलीत वरील सर्व गुण असतील तर ती आदर्श प्रश्नावली असते व या आपण विचारलेल्या सर्व प्रश्नांची उत्तरे

मिळवण्याची आणि प्रश्नावली भरून परत आपल्याला मिळण्याची शक्यता अधिक असते.

प्रश्नावली ही टपालाद्वारे संबंधीत व्यक्तीकडे पाठविली जात असते व संबंधीत व्यक्ती ही प्रश्नावली स्वतःच्या हस्ताक्षरात भरून पाठवित असतो. अशा या प्रश्नावलीद्वारे चौकशीच कांही गुण व दोष आहेत. ते पुढील प्रमाणे.

गुण :-

१. या पद्धतीमुळे वेळ वाचतो.
२. या पद्धतीमुळे खर्चाचे प्रमाण कमी होते.
३. विस्तृत क्षेत्रासाठी किंवा अभ्यासाची व्याप्ती मोठी असेल तरी देखील ही पद्धती वापरता येते.
४. ही पद्धती सुशिक्षित व्यक्तीला लागू पडते.
५. या पद्धतीमुळे व्यक्तीला श्रम कमी लागतो. दहादा चकरा मारण्याची गरज नाही.
६. ज्या व्यक्ती प्रश्नावली भरून पाठवित नाहीत. त्यांचा पाठपुरावा करता येतो.
७. सर्वांकडून एकाच प्रकारची माहिती गोळा होत असल्याने माहितीतील खरेपणा खोटेपणा पटकन लक्षात येतो.
८. या पद्धतीने मिळालेली माहिती विश्वसनीय असते. कारण माहिती देणाऱ्यावर कोणतेही दडपण नसते.

दोष :

१. ही पद्धती केवळ सुशिक्षित व्यक्तीनाच लागू पडते. अशिक्षित व्यक्तीसाठी ही पद्धती उपयोगाची नाही.
२. सर्वांना एकाच प्रकारची प्रश्नावली असते म्हणजेच भाषा पण सारखीच असते त्यामुळे समस्या निर्माण होते. ज्याची शैक्षणिक पात्रता कमी आहे. त्यांच्यातील भेदभाव यात करता येत नाही. म्हणजेच शैक्षणिक कुवत पाहून प्रश्न विचारलेले नसतात.
३. माहिती पूर्णपणे भरून परत येईल याची शाश्वती नसते. माहिती अर्धवट भरली जाते.

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

४. प्रत्यक्ष चौकशीत व्यक्तीचे हावभाव टिपून माहिती खरी का खोटी कळते पण येथे तसे होत नाही.
५. एखादा प्रश्न समजला नाही तर समजावून सांगता येत नाही.
६. ज्या परिस्थितीत उत्तरे दिली आहेत. ती परिस्थिती आपल्या समोर नसते. त्यामुळे खरी परिस्थिती कळत नाही
७. दिलेली उत्तरे खरी असतीलच असे नाही.
८. प्रश्नाच्या उत्तराची पूर्ण तपासणी किंवा उलट तपासणी करता येत नाही.
९. प्रश्नावली गहाळ होण्याची शक्यता असते. गांभिर्यता उत्तरदात्याला नसते.

१०. न समजणारी किंवा गैरसोयीच्या प्रश्नाची उत्तरे दिली जात नाहीत.

वरील दोष जरी असले तरी प्रश्नावली आदर्श करण्याचा प्रयत्न केल्यास हे दोष कमी होऊ शकतात. आदर्श प्रश्नावलीसाठी कोणकोणते गुण आवश्यक आहेत. याची सविस्तर चर्चा वर केलीच आहे.

प्रश्नावलीचा नमुना : शेवटी दिला आहे.

५) अनुसूचीद्वारे माहितीचे संकलन :

या पद्धतीत पण प्रश्नावली तयार केली जाते. परंतू या पद्धतीत अनवेषकांची नियुक्ती केली जाते. परंतू या पद्धतीत अनवेषकाची नियुक्ती केली जाते. जो की स्वतः घरोघरी जाऊन संबंधीत व्यक्तीला प्रश्न विचारून त्यांचे उत्तरे प्राप्त करतो. आणि प्रश्नावलीत स्वतः लिहितो. थोडक्यात अनुसूचीतील प्रश्न विचारणारा व्यक्ती अनुसूची स्वतःजवळ ठेवतो. आणि जसजशी माहितीदार माहिती देत जातो. तसतसे ती माहिती त्यात भरत जातो.

प्रश्नावलीच्या पद्धतीत प्रश्नावली टपालाने उत्तरदात्याकडे पाठविली जाते. व उत्तर दाता त्यांची उत्तरे भरून पोष्टाने परत पाठवत असतो पण अनुसूचीत व अभ्यासक स्वतःच उत्तरदात्याकडे जावून त्यांच्याकडून उत्तरे मिळवून अनुसूचित त्याची नोंद करीत असतो.

मर्यादित व लहान क्षेत्रातून माहिती संकलित करण्यासाठी आणि अशिक्षित व्यक्तीकडून पण माहिती मिळवण्यासाठी अनुसूची उपयुक्त आहे.

की पद्धती अधिक खर्चिक आहे. उदा. भारतीय जनगणनेत या पद्धतीचा वापर केला जातो.

गुण :-

१. विशाल क्षेत्रातून माहिती मिळवली जाऊ शकते.
२. या पद्धतीत शुद्धता व विश्वसनीयता अधिक असते.
३. अशिक्षित व्यक्तीकडून पण माहिती संकलित करता येते.
४. अनुसूचीद्वारे प्राप्त होणारी माहिती महत्वपूर्ण असते.
५. अनुसूचीद्वारे प्राप्त माहिती घेतांना प्रत्यक्ष व्यक्तीची भेट होत असल्याने सत्य असत्यता स्पष्ट होऊन निरीक्षण करता येते
६. प्रत्यक्ष उत्तर दात्याशी संबंध स्थापित होतो.
७. न समजलेल्या एखाद्या प्रश्नाचे स्पष्टीकरण करता येते.
८. प्रसंगानुसार प्रश्नाचे स्वरूप बदलून आवश्यक उत्तर प्राप्त करता येते. म्हणजेच अनुसूचीमध्ये लवचिकता असते.
९. सांख्यिकीय विश्लेषण करणे सुलभ होते. तसेच अध्ययन करणे सोपे होते.

दोष :-

१. उत्तर दात्याशी प्रत्यक्ष संपर्क प्रस्थापित करण्याची अडचण निर्माण होते.
२. श्रम, वेळ, खर्च, अधिक प्रमाणात लागतो.
३. अनवेक्षकाची नेमणूक व प्रशिक्षण देणे अवघड असते.
४. अन्वेषकाने पक्षपात केला तर चुकीची माहिती मिळण्याची शक्यता असते.
५. व्यापक सेवासाठी ही पद्धती उपयुक्त नाही.

६) **निरिक्षणाद्वारे माहिती संकलन :**

प्राथमिक माहिती संग्रहनाचे वरील प्रकार किंवा पद्धती पडत असल्या तर अजून एक पद्धत वापरली जाते. ती म्हणजे निरीक्षणाद्वारे माहिती संकलन होय. कोणत्याही अभ्यासाची सुरुवात ही निरीक्षणापासून होत असते. निरीक्षण हे माहिती संकलनाचे एक उपयुक्त तंत्र आहे. लहान मुल देखील आपल्या आई वडील व घरातील वडिलधारी माणसाचे बारकाईने निरीक्षण

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

करून अनुकरण करीत असते. आपल्या सभोवताली घडणाऱ्या घटनांची उपयुक्त माहिती संकलित करण्याची मूलभूत स्वरूपाची पद्धती म्हणजे निरीक्षण होय. निरीक्षण म्हणजे अवलोकन होय निरीक्षण करतांना सर्व इंद्रियाचा उपयोग होत असतो. निरीक्षणाद्वारे माहितीचे संकलन हे प्रत्यक्ष घटना घडतांना व्यक्तीच्या वर्तवणूकीवरून माहिती गोळा केली जाते. या पद्धतीत माहिती घेणाऱ्याला उत्तरदात्याच्या सहकार्यावर अवलंबून राहण्याची आवश्यकता नसते. कारण निरीक्षण हे मानवाच्या वर्तवणूकीच्या विविध पैलूचा अभ्यास केला जातो. एखाद्या घटनेचा संबंधीतावर काय परिणाम किंवा काय प्रतिक्रिया आहे. हे दुरून निरीक्षणामार्फत पाहिले जाते.

गुण :

1. ही पद्धती तथ्य संकलनातील सर्वात सुलभ पद्धत होय.
2. या द्वारे संकलीत केलेली माहिती पुन्हा तपासता येते.
3. याद्वारे संकलीत माहिती अधिक विश्वसनीय असते.
4. सूक्ष्म पद्धतीने घटनेचे अध्ययन करता येते.

दोष :

1. परिपूर्ण निरीक्षण अशक्य कारण घटना घडतांना अभ्यासक स्वतः तेथे उपस्थित राहू शकेल असे नाही काही घटना प्रसंगी जातीने उपस्थित राहणे अशक्य असते. उदा. दंगली, कौटुंबिक वाद इत्यादी.
2. निरीक्षक पक्षपातीपणा करू शकतो.
3. ज्ञानेंद्रियांच्या मर्यादा येतात.
4. खर्चिक, अधिक वेळ व श्रम लागतो.
5. स्वतःच्या मतानुसार अर्थ लावण्याची शक्यता अधिक त्यामुळे व्यक्तिनिष्ठता येऊन चूकीची माहिती प्राप्त होते.

निरीक्षणाद्वारे माहितीचे संकलन ही पद्धती सर्वसाधारणपणे विज्ञान शाखेत वापरले जाते. सामाजिक शास्त्रात ही पद्धत लोकप्रिय नाही. तरी वरील सर्व पद्धतीद्वारे माहिती संकलीत करतांना प्रश्नावली सोडली तर निरीक्षणाचा पण उपयोग होत असतो. वरील पैकी कोणतीही एक पद्धती सर्वोत्तम नाही. कारण विविध परिस्थितीत व उद्देशानुसार त्या पद्धतीचा वापर केला जातो. शक्यतो

प्राथमिक माहितीचे संकलन करतांना खालील गोष्टी लक्षात घ्याव्या लागतात. जसे अभ्यास विषयाचा उद्देश, शुद्धतेचे/सत्यतेचे प्रमाण, उपलब्ध पैसा, उपलब्ध वेळ, आणि परिस्थिती इत्यादी सर्वांचा विचार करून आपणात प्राथमिक माहितीचे संकलन करतांना वरील सहा माहिती संग्रहनाच्या मार्गांपैकी एक किंवा दोन मार्ग निवडायचे असतात. माहिती संग्रहण करतांना विवेक व अनुभव असणे आवश्यक आहे.

ब) द्वितीयक माहिती :(Secondorry Data)

जेव्हा आपल्याला हवी असलेली माहिती हव्या त्या स्वरूपात पहिलेच उपलब्ध असते अशावेळी आपण प्राथमिक माहिती जमा न करता उपलब्ध माहितीच्या आधारे अभ्यासक अभ्यास करतो. व निष्कर्ष काढतो. अशा प्रकारच्या माहितीला दुय्यम स्वरूपाची माहिती म्हणतात.

थोडक्यात प्राथमिक माहिती ही सर्वेक्षक स्वतः संकलीत करीत असतो. परंतू द्वितीयक माहिती मात्र सर्वेक्षक किंवा माहिती गोळा करणारा स्वतः संबंधीत क्षेत्रात जाऊन माहिती गोळा करत नाही. तर इतर व्यक्तींनी ही माहिती पूर्वीच कोणीतरी गोळा केलेली असते तिचा उपयोग तो करत असतो. ही द्वितीय स्वरूपाची माहिती लिखित स्वरूपाची असतात. उदा. प्रकाशित, अप्रकाशित प्रलेख, हस्तलिखिते, पत्रे, दैनंदिनी, अहवाल इत्यादी.

आपणास ज्या प्रश्नासंदर्भात माहिती करावयाची आहे. ती माहिती अभ्यासक स्वतः किंवा इतरामार्फत (प्रतिनिधीमार्फत) गोळा न करता पूर्वी कोणीतरी गोळा केलेली माहिती सर्वेक्षक सांख्यिकीय अभ्यासासाठी उपयोगात आणतो. तेव्हा त्याला द्वितीय माहिती म्हणतात. तसेच काही माहिती प्राथमिक पद्धतीने गोळा करणे शक्य नसते. कारण ते क्षेत्र आपल्यापेक्षा दूर असते. किंवा अनेक अडचणी असतात. अशा वेळी संबंधीत क्षेत्राचा अभ्यास ज्यांनी पूर्वी केला असेल त्याचा आधार घेऊन विविध प्रश्नांची उकल केली जाते. थोडक्यात ही माहिती पहिलेच कोणीतरी संकलीत केलेली असते. **ब्लेयर** यांच्यामते, “द्वितीय माहिती ती आहे की, पहिल्यापासून अस्तित्वात असून ती वर्तमान प्रश्नाचे उत्तर नाही तर दूसऱ्या उद्देशासाठी एकत्रित केलेली असते.” अशा प्रकारची माहिती ही दोन स्रोतांद्वारे/मार्गांद्वारे संकलीत केली जाते.

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

अ) प्रकाशित साधने (ब) अप्रकाशित साधने

अ) प्रकाशित साधने : प्रकाशित साधनात पुढील बाबींचा समावेश होतो.

१) आत्मचरित्र (२) जीवनचरित्र (३) दैनंदिनी (४) पत्रे (५) संस्मरण (६) अंतर्राष्ट्रीय अहवाल. (७) सरकारी प्रकाशन - गॅजेटिअर (८) आयोग व समितीचा अहवाल (९) सार्वजनिक संस्थांचा अहवाल. (१०) संशोधन अहवाल -गोखले इन्स्टिट्यूट (११) वर्तमानपत्र (१२) मासिके, वार्षिक, पाक्षिके (१३) पुस्तक/ग्रंथ (१४) खाजगी प्रकाशन-व्यापारी व सहकारी बँक, इंडियन इकॉनॉमिक्स, कंपन्यांचे अहवाल इत्यादी.

ब) अप्रकाशित साधने :- अप्रकाशित साधनात पुढील बाबींचा समावेश होतो.

१) शासकीय रेकॉर्ड (२) दुर्मीळ प्रलेख - शिलालेख, ताम्रपट इत्यादी. (३) संशोधन अहवाल.

प्रकाशित साधनांचा विचार करतांना एका व्यक्तीद्वारे स्वतः आपल्या विषयी किंवा सामाजिक घटनांच्या संबंधात आपल्या दृष्टीकोणातुन लिहिलेल्या सर्व लिखित गोष्टींचा समावेश यात होत असून यात आत्मचरित्रे, दैनंदिनी, पत्रे, व संस्मरण यांचा समावेश होत असला तरी प्रकाशित साधनात आंतरराष्ट्रीय प्रकाशन (World Bank,IMF) सरकारी प्रकाशन- Five year paln progress report census etc. आणि विविध संशोधन व आरोग्यांचा रिपोर्टचा समावेश होतो. जगातील अनेक महान पुरुषांनी आपली आत्मचरित्रे लिहिली असून त्यातून तत्कालीन सामाजिक, सांस्कृतिक, धार्मिक, व राजकीय घटनांची उकल होत असते. तसेच बरेचसे लोक दैनंदिनी लिहित असतात यात दररोजच्या जीवनात घडणाऱ्या चांगल्या वाईट घटनांची नोंद केली जाते. अतिशय गोपनीय विषयांवर पण यात विचार प्रगट केलेले असतात. उदा. जयप्रकाश नारायण यांनी आणिबाणी काळातील तुरुंगात लिहिलेली दैनंदिनी प्रसिद्ध आहे. पत्रांद्वारे देखील राजकीय व सामाजिक घडामोडींच्या संदर्भात विश्वसनीय माहिती समोर येत असते. उदा. पंडित जवाहरलाल नेहरूंनी इंदिराजींना लिहिलेली पत्रे इ. जगातील अनेक व्यक्ती ह्या आपल्या प्रवास वर्णनांद्वारे किंवा घडलेल्या घटना लिहून ठेवत

असतात. त्यातून सामाजिक, धार्मिक, राजकीय, व भौगोलिक परिस्थितीशी संबंधीत महत्वपूर्ण माहिती उपलब्ध होते.

याचबरोबर विविध शासकीय, गैरशासकीय, आंतरराष्ट्रीय संघटना, विविध परिषदा, संम्मेलन, आयोग, संशोधन संस्था इत्यादींद्वारे अनेक गोष्टींबाबत आपला अहवाल तयार करून प्रसिद्ध केला जातो. ज्यामुळे अनेक प्रकारची सांख्यिकीय व गैर सांख्यिकीय माहिती प्राप्त होते. शासकीय व गैरशासकीय संस्थांद्वारे विविध विषयांच्या संबंधात सर्वेक्षण करून आकडेवारी संकलित करून ती प्रकाशित केली जाते. उदा. भारत शासन सुचना मंत्रालयाद्वारे दरवर्षी -भारत माहिती वजा अहवाल प्रकाशित केला जातो.

वर्तमानपत्रे, साप्ताहिक, मासिक, पाक्षिके इत्यादींद्वारे देखील विविध विषयावर माहिती प्रसिद्ध केली जाते. ज्यांचा संशोधनात उपयोग होतो. लोकहित, सुरक्षा व्यवस्था व देशाचे हित इत्यादी कारणामुळे काही गोपनीय रेकॉर्ड प्रकाशित केले जात नाहीत. उदा. सैनिक कार्यालयांचे रेकॉर्ड. त्याच बरोबर दुर्मीळ हस्तलिखिते पण प्रकाशित केली जात नाहीत. त्यांना जपून ठेवले जाते. यांचा समावेश अप्रकाशित साधनांमध्ये केला जातो.

द्वितीय माहितीचे/चौकशीचे गुण :

1. द्वितीय पद्धतीने माहिती जमा केल्याने येणारा खर्च हा कमी होतो.
2. वेळेची बचत होते.
3. जेथे प्राथमिक पद्धतीने माहिती संकलीत करणे अशक्य असते तेथे द्वितीय माहितीचा उपयोग केला जातो. दोन देशातील उत्पन्न पातळीचा अभ्यास करतांना याचा उपयोग केला जातो.

द्वितीय माहितीचे /चौकशीचे दोष:

1. द्वितीय माहिती ही अनेकदा पक्षपाती असते.
2. द्वितीय माहितीतील एकक प्रचलीत एककाशी जुळणारे आहेत काय हे पाहावे लागते.
3. द्वितीय माहिती ही कोणत्या हेतूने संग्रहीत केली हे लक्षात घेणे गरजेचे आहे.
4. बरेचदा द्वितीय माहितीची विश्वसनियता पडताळणे आवश्यक असते.

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

खरे तर दुसऱ्या व्यक्तीने किंवा संस्थेने गोळा केलेली माहिती ही संपूर्णतः आपल्या कामाची राहू शकत नाही. त्यातील दोष दूर करून किंवा आपणास आवश्यक तेवढीच माहिती घेणे गरजेचे असते. द्वितीयक सामुग्रीचा वापर करतांना हि माहिती कोणी जमा केली आहे? कोणता उद्देश ठेवून जमा केली? कोणत्या पद्धतीचा वापर केला? याची व्याप्ती किती व मर्यादा कोणत्या? कोणता एकक वापरला? कोणत्या परिस्थितीत माहिती जमा केली आहे? संबंधीत माहिती फार जूनी आहे का? या सारख्या प्रश्नांचा विचार करूनच द्वितीय सामुग्रीचा वापर केला पाहिजे.

प्राथमिक व द्वितीयक सामुग्री / स्रोत यातील फरक :-

- १) जेथे अभ्यासक स्वतः तथ्ये संकलीत करतो. त्या सर्वांचा समावेश प्राथमिक स्रोतात होतो. या उलट जी तथ्ये अभ्यासक स्वतः संग्रहित न करता इतरांनी संकलीत केलेली माहितीचा वापर करतो. त्याला द्वितीयक स्रोत म्हणतात.
- २) आपल्या अभ्यास विषयाला सहाय्यक असणारी तथ्ये अभ्यासक स्वतः अनुसूची, प्रश्नावली, निरीक्षण, व मुलाखत इत्यादी द्वारे संकलीत करतो हे त्याचे स्वतःचे स्रोत असतात. इतरांनी लिहिलेली अभ्यासाला किंवा संशोधनाला सहाय्यक असणारी तथ्ये असतात पण दक्षता घ्यावी लागते.
- ३) प्राथमिक - अभ्यासकाचे स्वतःचे अनुभव, निरीक्षण व प्रश्नावली द्वारे मिळविलेली तथ्ये हा प्राथमिक स्रोतांचा आधार आहे. द्वितीयक - इतर व्यक्ती व संस्थाद्वारे मिळविलेले तथ्ये हा द्वितीयक स्रोतांचा आधार आहे.
- ४) प्राथमिक - प्राथमिक स्रोतांवर अभ्यासकांचे पूर्ण नियंत्रण असल्याने याचा उपयोग हवा तसा करता येतो. द्वितीयक - द्वितीयक स्रोतांवर अभ्यासकाचे नियंत्रण नसते त्यामुळे बरीच काळजी घ्यावी लागते.
- ५) प्राथमिक - प्राथमिक स्रोतांचे स्वरूप अनेकदा अलिखित / तोंडी स्वरूपाचे असतात. द्वितीयक - द्वितीयक स्रोत हे नेहमी लिखित स्वरूपाचे असतात.
- ६) प्राथमिक - प्राथमिक स्रोत अधिक विश्वसनीय असतात. द्वितीयक - द्वितीय स्रोत अनेकदा पक्षपाती व अविश्वसनीय असू शकतात.

.....

सांख्यिकीय चौकशीची

संपूर्ण संग्रहण आणि नमुना पद्धती.

(Census Sampel Methods of Statistical Inquiry)

अभ्यासकाने संशोधन किंवा अभ्यासाचा आराखडा तयार केल्यानंतर सांख्यिकीय माहिती संग्रहीत करतांना नमुना निवड करावा लागतो. कोणत्याही विषयात परिपूर्ण व विश्वसनिय आकडेवारी गोळा करण्यासाठी तथ्य संकलनाच्या दोन पद्धती आहेत.

१. संपूर्ण संग्रहण/जनगणना पद्धत (Census Methods)

२. नमुना पद्धती (Sampling Methods)

१) संपूर्ण संग्रहण पद्धत :

जेंव्हा एखाद्या समस्येच्या संबंधीत पूर्ण समुहातील सर्व घटकांचा विस्तारपूर्वक अध्ययन केले जाते. तेंव्हा त्या पद्धतीला संपूर्ण संग्रहण पद्धती म्हणतात. या संपूर्ण संग्रहण पद्धतीलाच जनगणना पद्धती म्हणतात.

ज्यावेळी समुहाच्या सर्व सदस्यांशी संपर्क प्रस्थापित करून अभ्यासक तथ्ये संकलीत करतो त्या पद्धतीला समग्र किंवा विश्व सर्वेक्षण पद्धती म्हणतात.

थोडक्यात या पद्धतीत ज्या प्रश्नासंदर्भात अभ्यास करावयाचा आहे त्या संबंधीत सर्वच्या सर्व घटकांचा किंवा चलांची माहिती संग्रहीत केली जाते. उदा. एखाद्या महाविद्यालयात १००० विद्यार्थी असतील तर त्या प्रत्येक विद्यार्थ्यांच्या व्यसनधिनतेचा किंवा सरासरी प्राप्त गुणांचा अभ्यास करणे म्हणजे प्रत्येक विद्यार्थ्यांची माहिती गोळा करणे थोडक्यात समग्र घटकांची माहिती संग्रहित करणे. व त्यावरून निष्कर्ष काढावा.

भारतातील 'जनगणना' हे याचे उत्तम उदाहरण आहे. ही पद्धती सिमीत क्षेत्रासाठी उपयुक्त असून जेथे वेगवेगळ्या गुणांचे घटक असतात.

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

तसेच जेथे अधिक अचूकता आणि प्रत्येक घटकांचा व्यवस्थित अध्ययन करणे, गरजेचे असते. तेथे ही पद्धती उपयुक्त असते.

संपूर्ण संग्रहण पद्धतीचे गुण :

1. या पद्धतीत समूहातील प्रत्येक घटकांचा व्यक्तीगत रूपात गहन अभ्यास केला जातो. त्यामुळे यात अत्याधिक शुद्धता किंवा अधिक अचूकता असते.
2. यात प्रत्येक क्षेत्राची प्रत्येक घटकांविषयी विस्तृत माहिती प्राप्त होते. याचा उपयोग अनेक प्रश्नांचे अध्ययन करण्यासाठी होतो.
3. या पद्धतीमुळे आपण अशा प्रश्नांचा देखील अभ्यास करता येतो. की ज्यांचा सांख्यिकी पद्धतीद्वारे अभ्यास करणे शक्य नसते. म्हणजेच दारिद्रता, इमानदारी, बेरोजगारी इत्यादी.
4. जेथे घटक किंवा चल हे एक दुसऱ्या पासून वेगळे आहेत आणि संशोधन करणे कठीण आहे तेथे याचा उपयोग केला जातो.

संपूर्ण संग्रहण पद्धतीचे दोष :

1. या पद्धतीत अधिक खर्च होतो.
2. या पद्धतीसाठी फार मोठ्या संगटकाची आवश्यकता असते.
3. या पद्धतीत जास्त वेळ लागतो तसेच अधिक श्रम लागतात.
4. अनेक परिस्थितीत या पद्धतीद्वारे संशोधन करणे अशक्य असते.
5. मोठ्या प्रमाणात सर्वेक्षकाची आवश्यकता असते. पण त्यांना प्रशिक्षित करणे कठीण कार्य असते.

नमुना पद्धती :

जेव्हा एखाद्या प्रश्नासंबंधीत संपूर्ण समूहातील घटकाची माहिती न मिळविता संपूर्णातील थोड्याशा घटकांची माहिती संकलीत केली जाते. तेंव्हा त्या पद्धतीला नमुना पद्धती म्हणतात.

जेव्हा अध्ययनातील घटकांची संख्या जास्त असते. तेंव्हा समग्रातील एककांचा एक छोटासा नमुना गट निवडला जातो. त्यावरून निष्कर्ष काढले जातात आणि हे निष्कर्ष समग्रावर लागू केले जातात. यालाच नमुना निवड पद्धती म्हणतात.

थोडक्यात या पद्धतीत समस्येशी संबंधीत संपूर्ण घटकांचा म्हणजेच विश्वाचा अभ्यास न करता त्यातील कांही भागाचाच अभ्यास केला जातो आणि त्यावरून निष्कर्ष काढले जातात. म्हणजेच एकूण घटकांपैकी काही निवडक घटकांची निवड करून त्यांची माहिती संग्रहीत करून निष्कर्ष काढले जातात व हे निष्कर्ष संपूर्णस लागू असतात.

पी. बी. यंग यांच्या शब्दात “एक सांख्यिकी नमुना म्हणजे एक लघुत्म आकार किंवा संपूर्ण समुह किंवा विश्वाचा एक अंश आहे. ज्याला नमुना पद्धती म्हणतात.”

गडे एवं हैट यांच्यामते “नमुना पद्धती म्हणजे समग्र घटकातील एक लघुत्म प्रतिनिधी होय.”

थोडक्यात नमुना पद्धतीत एकूण घटकातील विशिष्ट नमुन्यांचा अभ्यास असून याचे तीन टप्पे पडतात.

१. नमुन्यांची निवड
२. निवडलेल्या नमुन्यांच्या संदर्भातील माहिती संग्रहित करणे.
३. संग्रहीत माहितीच्या आधारे निष्कर्ष काढणे जे की समग्राला लागू पडतील.

वरील तिन्ही बाबींचा एकत्रित विचार करावा लागतो. तिन्ही टप्पे एकमेकांशी आधारित आहेत. नमुना निवड पद्धतीचे उदाहरण म्हणजे डॉक्टर जे केवळ रक्ताच्या एका थेंबावरून रोगाचे निदान करतो व त्या निष्कर्षावरून रोग निश्चित करून उपाय योजना (औषधी) आखल्या जातात. तसेच आपण बाजारात धान्य घ्यावयास गेल्यावर गव्हाच्या मुठभर मात्रेवरून एकूण गव्हाचा अंदाज लावतो व निष्कर्ष काढतो. तसेच महाविद्यालयातील एकूण १००० विद्यार्थ्यांपैकी १०० विद्यार्थ्यांचा अभ्यास म्हणजे नमुना पद्धती होय. म्हणजेच या पद्धतीत फक्त काही घटकांचाच अभ्यास केला जातो.

आपण स्वयंपाक करतांना भात शिजला का नाही हे पाहण्यासाठी शितावरून भाताची परीक्षा घेऊन हा निष्कर्ष संपूर्णावर लावत असतो. या पद्धतीत जेवढी नमुन्यांची संख्या जास्त असते. तेवढे प्राप्त होणारे निष्कर्ष अचूक असतात. आज नमुना पद्धतीचा विकास झाला असून एकही क्षेत्र असे नाही जेथे नमुना पद्धतीचा उपयोग केला जात नाही. विश्वातील नमुन्यामध्ये

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

थोडाफार फरक असतो. पण हे नमुने पूर्वग्रह न धरता निवडलेले असावेत तरच ते संपूर्ण विश्वाचे प्रतिनिधीत्व करू शकतात. थोडक्यात ज्याप्रमाणे आंबा खरेदी करताना आंबा विक्रेता आपल्या हातावर एका आंब्याचा थोडासा रस देतो व त्यावरून आपण आंबा गोड की आंबट हा निष्कर्ष काढतो. म्हणजेच नमुना पद्धतीद्वारे समग्र घटकांना लागू पडणारे निष्कर्ष काढले जातात. म्हणजेच या पद्धतीला स्वतःचा असा हेतू नसतो.

जॅव्हा संशोधनाचे क्षेत्र विस्तृत असते, संशोधनाशी संबंधीत घटक हे शीघ्र परिवर्तनशील असते. जॅव्हा वेळ, धन, व श्रम अधिक प्रमाणात उपलब्ध नसते. तसेच जॅव्हा अधिक अचूकतेची आवश्यकता नसते आणि जेथे व्यापक दृष्टीने नियमांचे प्रतिपादन करावयाचे असते. तेथे नमुना निवड पद्धतीचा उपयोग केला जातो.

१. जॅव्हा संशोधनाचे क्षेत्र विस्तृत असेल.
२. जेथे संशोधनासंबंधीचे चल शीघ्र परिवर्तनशील असतात.
३. जेथे पैसा, वेळ, व श्रम कमी उपलब्ध असेल.
४. जेथे अधिक सत्यतेच्या जवळ जावयाचे असेल.
५. जेथे व्यापक दृष्टीने नियमांचे प्रतिपादन करावयाचे असेल.

प्रो.न्युजवैंगर यांनी या पद्धतीच्या आवश्यकतेला अशा प्रकारे व्यक्त केले “या पद्धतीचा उपयोग आर्थिक आणि व्यापारीक संशोधनात विस्तृत रूपात होतो कारण ही एक व्यावहारीक आणि सर्वात उत्तम प्रणाली आहे.”

नमुन्यांची संख्या:

नमुन्यांची संख्या जेवढी जास्त तेवढे प्राप्त निष्कर्ष अधिक सत्यतेच्या जवळ जाणारे असते. कारण निवडलेल्या लहान नमुन्यांच्या संख्येपेक्षा अधिक नमुन्यांची संख्या जास्त स्थिर असते. खरे तर नमुन्यांची संख्या किती असावी. हे निश्चित सांगता येत नाही. पण नमुन्यांची संख्या फार जास्त किंवा फार कमी पण नसावी. फक्त आपण निवडलेल्या नमुन्याची संख्या पर्याप्त असावी. जेणे करून ती समग्र विश्वाचे प्रतिनिधित्व करेल. सर्वसाधारणपणे कांही संख्या शास्त्रज्ञांच्यामते, प्राप्त निष्कर्ष सत्यतेच्या जवळ जाण्यासाठी नमुन्यांची संख्या ही समग्रच्या किमान २५% असावी यापेक्षा जास्त असेल तर कधीही चांगलेच असते. आपण येथे एक बाब

लक्षात घेतली पाहिजे की, समग्राचे आणि नमुन्याचे उत्तर सारखे असते. असे नाही तर त्यांच्या उत्तरात थोडा फार फरक असू शकतो. पण उत्तरात फार मोठा फरक असता कामा नये.

नमुना पद्धतीचे गुण-दोष :

१) **बचत : (अ) कमी वेळ** – या पद्धतीत समग्राचा विचार न करता एकूण घटकापैकी काही घटकांचा अभ्यास केला जातो. त्यामुळे संपूर्ण चौकशीला लागणाऱ्या वेळेपेक्षा कमी वेळ लागतो. आणि प्राप्त निष्कर्ष संपूर्णाला लागू पडतात. सांख्यिकीय प्रक्रियेसाठी लागणारा वेळ सुद्धा कमी खर्च होतो.

(ब) **कमी खर्च** : संपूर्ण चौकशीच्या पद्धतीत वेळ आणि खर्च मोठ्या प्रमाणात होतो. पण नमुना चौकशी पद्धतीने संग्रहीत माहितीसाठी येणारा खर्च संपूर्ण चौकशीपेक्षा कितीतरी पटीने कमी होतो. कारण या पद्धतीमुळे सर्वेक्षकांची कमी संख्या लागते. त्यामुळे त्यांच्या वेतनाचा खर्च कमी, प्रवासभत्ता व दैनंदिन भत्ता इत्यादी खर्चात बचत होते. तसेच एकूण घटकांपैकी विशिष्ट प्रमाणातील घटकांचा अभ्यास केला जातो. म्हणूनच या पद्धतीत कमी खर्च होतो.

(क) **कमी श्रम** :- या पद्धतीत समुहातील एका छोट्या घटकांचा अभ्यास केला जात असल्याने संपूर्ण चौकशी प्रमाणे लागणारे श्रम ही खूप कमी असते. थोडक्यात श्रमाची बचत होते.

२) **विस्तृत क्षेत्राचे अध्ययन** :- या पद्धतीत निवडलेले घटक कमी असण्याचे त्यांचे विस्तृत अध्ययन करता येते. उदा. महाविद्यालयातील संपूर्ण विद्यार्थ्यांची चौकशी करण्याऐवजी त्यातील काही विद्यार्थ्यांची नमुना पद्धतीने निवड करून अधिक माहिती संग्रहित करता येते.

३) **निष्कर्ष अधिक विश्वसनीय असतात.** :- या पद्धतीने काढलेले निष्कर्ष संपूर्ण चौकशीच्या पद्धतीने काढलेल्या निष्कर्षापेक्षा अधिक विश्वसनीय असतात.

४) ही पद्धती अधिक वैज्ञानिक/शास्त्रीय आहे.

५) संपूर्ण चौकशीद्वारे प्राप्त उत्तराएवढेच जवळजवळ नमुना पद्धतीद्वारे प्राप्त उत्तर असते.

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

६) सामाजिक/व्यापारिक व आर्थिक समस्येच्या अध्ययनासाठी ही पद्धती अधिक उपयुक्त आहे.

७) काही प्रश्नाच्या बाबतीत नमुना पद्धतीचाच उपयोग करावा लागतो. म्हणजेच जेथे संपूर्ण चौकशीच्या पद्धतीचा उपयोग करता येत नाही तेथे या पद्धतीद्वारे निष्कर्ष काढता येतात. उदा. डॉक्टर द्वारे रक्ताची तपासणी.

८) संपूर्ण चौकशीत अनेकदा चूका होण्याची शक्यता असते. बरोबर का चूक हे तपासण्यासाठी नमुना चौकशी केली जाते.

९) ही पद्धती सोयीची आहे. तसेच पूर्वज्ञानाची आवश्यकता नाही..

थोडक्यात नमुना हा संपूर्ण समग्रचा प्रतिनिधी करणारा अंश असतो. तसेच तो समग्रच्या तुलनेत लघू असून त्याची निवड वैज्ञानिक पद्धतीने केली जाते. या पद्धतीत शुद्धतेचे किंवा निश्चिततेचे प्रमाण अधिक असून ही पद्धती अध्ययन विषयाला अनुकूल असते.

मर्यादा/दोष :

१. यात समग्रच्या प्रत्येक घटका संदर्भात माहिती नसते.
२. जर निवडलेला नमुना चूकीचा असेल तर नमुना चौकशीला अर्थ नसतो.
३. ही पद्धती तेथे उपयुक्त नाही जेथे उच्च स्तरावर शुद्धतेची आवश्यकता असते.
४. जर नमुना निवडीची चांगली पद्धती स्वीकारली गेली नाही तर येणारे निष्कर्ष भ्रामक असू शकतात.
५. नमुना निवडीसाठी तज्ज्ञांची आवश्यकता असते. असे तज्ञ वेळेवर उपलब्ध होत नाहीत. परिणामी माहिती संग्रहणाला अडथळे निर्माण होतात.
६. जेव्हा अभ्यासकाला प्रत्येक घटकांच्या माहितीची आवश्यकता असते. तेथे या पद्धतीचा उपयोग होत नाही.
७. या पद्धतीचा संबंध संभाव्यता सिद्धांताशी असल्याने याचा उपयोग फक्त तेच लोक करू शकतात ज्यांना या गणितीय सिद्धांताची पूर्ण माहिती असते.

८. जेथे आकड्यांमध्ये सजातीयतेचा अभाव असतो तेथे याचा वापर करता येत नाही.

९. जर नमुना निवडणारे पक्षपात करत असतील तर येणारे निष्कर्ष चूकीचे येतात.

१०. या पद्धतीत योग्य अनुभवी प्रशिक्षित गणकांची आवश्यकता असते.

११. जेथे प्रत्येक व्यक्तीशी / घटकांशी संपर्क करावा लागतो. तेथे ही पद्धती उपयोगी नाही. उदा. जनगणना.

वरील दोष जरी असले तरी या पद्धतीचा वापर मात्र सर्वत्र होतांना दिसतो. कारण या पद्धतीमुळे कमी वेळेत अधिक माहिती संग्रहित करता येते. या पद्धतीत नमूने निवडतांना काळजी घेणे आवश्यक असते. कारण नमुने किती ही काळजीपूर्वक घेतले तरी येणारे निष्कर्ष हे समग्र निष्कर्षाबरोबर नसतात. या पद्धतीत समग्राचा अभ्यास केलेला नसतो तर केवळ विशिष्ट घटकाचाच अभ्यास केलेला असतो. त्यामुळे नमुना चौकशीत चूका होतात. यालाच नमुना चूका म्हणतात. अशा चूका पूर्णपणे टाळता जरी येत नसल्या तरी त्यांच प्रमाण मात्र कमी करता येते. या चूका दोन प्रकारच्या असतात.

१. पूर्वग्रहातून निर्माण होणाऱ्या चूका :

- नमुन्यांची निवड चुकीची होणे.
- चुकीची माहिती संग्रहीत करणे.
- चूकीचे विश्लेषण करणे.

ह्या चूका टाळण्यासाठी पूर्वग्रह न ठेवणे हाच एक उपाय आहे. संबंधीत घटनेला तटस्थ राहून पाहाणे व माहिती संग्रहीत करणे होय. .

२. पूर्वग्रहाशिवाय / पूर्वग्रह नसतांना होणाऱ्या चूका :

- उद्देशाला अनुसरून माहिती संग्रहणाचे तंत्र निवडण्यात चूक होणे.
- चूकीचे एकक निवडण्यात येणे.
- प्रश्नावली तयार करतांना चूका होणे.
- प्रशिक्षित संग्रहकांची निवड न होणे.
- कर्मचाऱ्यांवर योग्य ते नियंत्रण न ठेवल्याने.

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

- संबंधीतांनी योग्य माहिती न दिल्यास.
- सांख्यिकीय प्रक्रियेत दोष निर्माण झाला तर.
- निष्कर्ष काढतांना किंवा छपाई करतांना झालेल्या चूका.

वरील चूका जरी होत असल्या तर ह्या चूकांचे प्रमाण मात्र नमुन्याच्या संख्येत होणाऱ्या वाढीतून घटत जाते व या चुकांवर नियंत्रण ठेवता येते. पण नमुन्याची संख्या घटत असेल किंवा अपेक्षेपेक्षा कमी असेल तर पूर्वग्रह विरहीत चुकांचे प्रमाण वाढत जाते.

नमुन्यांची निवड जेव्हा जाणीवपूर्वक केली जाते. तेव्हा निर्माण होणाऱ्या चूकांना पूर्वग्रह चूका म्हणतात. तर निवडण्यात येणाऱ्या नमुन्याची संख्या, विश्लेषण इत्यादीमुळे होणाऱ्या चुका ह्या पूर्वग्रह नसतांना होणाऱ्या असतात

श्रेष्ठ नमुन्यांचे वैशिष्ट्ये :

कमी कालावधीत विस्तृत अशा समस्याचे स्पष्टीकरण करणे हे नमुन्यांचे मुख्य उद्देश असून हे तेव्हाच होऊ शकते. जेव्हा त्या नमुन्यात खालील लक्षण किंवा वैशिष्ट्ये असतात.

१. प्रतिनिधीत्व :- एका श्रेष्ठ नमुन्याला हे आवश्यक आहे. की निवडलेला नमुना हा समस्त घटकांचे प्रतिनिधीत्व करणारा असावा. या नमुन्यात सर्व घटकांचे गुण विद्यमान असावेत आणि हे तेव्हाच होऊ शकते. जेव्हा सर्व घटकांना निवडल्या जाण्याची समान संधी असते.
२. पर्याप्तता :- समग्र घटकांची निवडण्यात येणारी नमुन्याची संख्या ही पर्याप्त असली पाहिजे. जर असे झाले नाही तर निवडलेले नमुने समग्रचे प्रतिनिधित्व करू शकणार नाही.
३. स्वतंत्रता :- विश्वातील सर्व घटक हे आपसात स्वतंत्र असल्या पाहिजेत आणि प्रत्येक घटकाला न्यादर्शात निवड होण्याची समान संधी मिळाली पाहिजे.
४. सजातीयता :- जर एकाच वेळी दोन किंवा दोनपेक्षा जास्त घटक निवडले जात असतील तर त्यांच्यात परस्पर एकरूपता किंवा सजातीयता असली पाहिजे.

वरील चार वैशिष्ट्ये ही चांगल्या नमुन्याच्या संदर्भात सांगितली जातात.

नमुना निवडण्याची पद्धती :- संख्याशास्त्रात किंवा संशोधनात नमुना चाचणी पद्धतीचा वापर करणे आज सर्वसामान्य झाले असून अभ्यास विषयाचे स्वरूप, उपलब्ध मनुष्यबळ, उपलब्ध वेळ, व पैसा या सर्व घटकांचा विचार करून नमुना चाचणीचे अनेकविध प्रकार वापरले जातात. यांची थोडक्यात माहिती पुढीलप्रमाणे. नमुना निवडण्याच्या दोन पद्धती आहेत.

त्याचे प्रत्येकी पाच प्रकार आहेत.

नमुना निवडण्याची पद्धती:

अ) संभाव्य/स्वैर/यादृच्छिक नमुनापद्धती	ब) गैरसंभाव्य/अस्वैर नमुना पद्धती
१. साधा यादृच्छिक नमुना पद्धती (Simple Random Method)	१. न्याय नमुना पद्धती (Judgement Sampling Method)
२. नियमबद्ध/व्यवस्थाबद्ध नमुना पद्धती (Systematic sampling Method)	२. सोयीस्कर नमुना पद्धती (Convenience Sampling Method)
३. स्तरिय नमुना पद्धती (Stratified Sampling Method)	३. स्वयं निर्वाचित नमुना (Self Selected Sampling Method)
४. बहुस्तरीय नमुना पद्धती (Multistage Sampling Method)	४. सहेतूक नमुना (Purposive Sampling Method)
५. बह्यवस्थीय नमुना पद्धती (Multiphase Sampling Method)	५. कौटा नमुना (Quota Sampling Method)

अ) संभाव्य/स्वैर/यादृच्छिक नमुनापद्धती :

या पद्धतीत समग्रातील प्रत्येक एककाच्या नमुन्यात समावेश होण्याची संभाव्यता समजते. म्हणजेच प्रत्येकाची (घटकांची) निवड होण्याची संधी लक्षात येते.

प्रा. गुडी व हाट यांच्या म्हणण्याप्रमाणे एककांच्या निवडीत कोणताही पूर्वग्रह नसतो आणि समग्रातील प्रत्येक एककास नमुन्यात निवडले जाण्याची समान संभाव्यता असते. यालाच यादृच्छिक नमुना चाचणी म्हणतात.

(A random sample is one which is so drawn that the researcher, from all pertinent points of view, has no reason to believe a bias will result. In other words the units of the universe must be so arranged that the selection process gives equiprobability of selection to every unit in that universe.)

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

थोडक्यात या पद्धतीत निवडण्यात येणाऱ्या नमुन्यांची निवड होण्याची शक्यता सारखी असते. म्हणजेच निवड्यात येणारे नमुने हे संपूर्णतः वैयक्तिक हेतूंपासून दूर असून नमुने निवडतांना व्यक्तीच्या आवडी निवडी, पसंती, किंवा मर्जीला संधी नसते.

१) साधा यादृच्छिक नमुना पद्धती (Simple Random Mathod) :

या पद्धतीत नमुने निवडण्यापूर्वी सर्व घटकांची नामावली तयार करून त्यांच्या चिठ्ठ्या तयार केल्या जातात व समग्रातून किती घटक निवडावयाचे आहेत. हे ठरविले जाते आणि तेवढ्याच घटकांची माहिती संग्रहित केली जाते. प्रत्येक घटकांची निवड होण्याची संभाव्यता सारखी व्हावी म्हणून निवडलेल्या घटकांची नोंद करून तो घटक (चिठ्ठी) परत समग्रात एकत्रित केला जातो. या पद्धतीत समग्रातील एककाच्या नमुन्यात समावेश होणे हे प्रत्येक एककाच्या नशिबावर अवलंबून असते. याचे पुढील प्रकार पडतात. या पद्धतीला दैव पद्धती असेही म्हणतात.

अ) लॉटरी पद्धती :

लॉटरी पद्धतीत समष्टीतील एकूण एककांच्या संख्येला एक विशिष्ट क्रम दिला जातो. (१,२,३,.....) संबंधीत एककाची व त्यांच्या क्रमांकाची नोंद केली जाते. तसेच त्यांच्या चिठ्ठ्या तयार केल्या जातात. अशा सर्व चिठ्ठ्या एका बॉक्समध्ये एकत्रित करून मिसळले जाते. या नंतर आपणास हव्या तेवढ्या चिठ्ठ्या (नमुने) टप्प्याटप्प्यांनी बॉक्समधून काढून घेतल्या जातात. या चिठ्ठीवरील अंक ज्या एककाचा असेल तो एकक नमुन्यांचा एकक होतो. अशा प्रकारे लॉटरी पद्धतीने नमुन्यांची निवड केली जाते. ह्या चिठ्ठ्या काढतांना बरेचदा एखादे लहान मुलाद्वारे काढल्या जातात. त्या पद्धतीत सर्व एककांना समान संधी दिली जाते. तसेच त्यांची निवड नशीबावर अवलंबून असते. या लॉटरी पद्धतीने नमुने निवडतांना करण्यात येणाऱ्या चिठ्ठ्या सारख्या आकाराच्या व रंगाच्या असाव्यात नसता नमुने निवडीवर वैयक्तिक मतांचा, आवडीचा परिणाम होण्याची शक्यता असते.

ब) टिप्पेटची अंक पद्धती :

या पद्धतीत एल.एच.सी. टिप्पेट यांनी तयार केलेल्या चार अंकी यादृच्छ संख्यांचा वापर केला जातो. चार अंकी पेक्षा अधिक अंकी पण असू

सांख्यिकीय पद्धती

शकतात. टिप्पेट यांनी ४१,६०० अंकाच्या प्रयोगाद्वारे १०,४०० संख्यांची संख्या बिना कोणत्या क्रमांची एक यादी तयार केली आहे. त्यांनी तयार केलेल्या यादीतील अंक खालील प्रमाणे.

2952	6641	3992	9792	7979	5911
3170	5624	4167	9524	1545	1396
7203	5356	1300	2693	2370	7483
3408	2762	3563	1089	6913	7691
0560	5246	1112	6107	6008	8126
4433	8776	2754	9143	1405	9025
7002	6111	8816	6446	--	--

या सारणीचा नमुना निवडीसाठी पुढीलप्रमाणे वापर करता येईल. समजा ६००० विद्यार्थ्यांतून २० विद्यार्थी निवडायचे असतील तर प्रथम या ६००० विद्यार्थ्यांला १ ते ६००० पर्यंत क्रमांक दिले जातील. नंतर वरील सारणीतील प्रथम सुरुवातीचे असे २० अंक निवडले जातील. जे ६००० पेक्षा जास्त नसतील. या क्रमांकाचे २० विद्यार्थी न्यादर्शात निवडले जातील.

क)नियमित अंकन प्रणाली/ठराविक क्रम पद्धत :

(Regular Marking method/Sampling from Sequential list)

या पद्धतीत समष्टीतील सर्व एककाची यादी तयार केली जाते. त्या एककांना एखाद्या विशिष्ट पद्धतीनुसार क्रमांक दिले जातात. हा क्रम लावतांना वर्णनात्मक किंवा भौगोलिक पद्धतीने त्यांना क्रमांक दिला जातो. उदा. (१,२,३,४,.....१००)

समजा एकूण एकक १०० आहेत त्यापैकी १० एकक निवडायचे आहेत. आणि पत्येक १० वा एकक निवडायचा असे ठरले तर प्रथम ५ हा अंक निवडला गेल्यास ५,१५,२५,३५,४५,५५,६५,७५,८५,९५, असे क्रमांक असणारे एकक निवडावे लागतील.

यादीतून प्रत्येक तिसरी, सहावी, आठवी, किंवा अन्य कोणतीही संख्या घेऊन निवड केली जाते. संख्या निवडीचा प्रारंभ कोणत्याही संख्येतून करता येतो. समजा ७ पासून चौथी संख्या म्हणजे ७,११,१५,१९ अशा क्रमांकाचे नमुने निवडले जातात.

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

ड) ग्रीड पद्धती (Grid Method): जेव्हा विशाल भौगोलिक प्रदेशातून नमुन्यांची निवड करतांना ग्रीड पद्धतीचा उपयोग केला जातो. त्यासाठी प्रथम त्या भौगोलिक क्षेत्राचा नकाशा समोर ठेवून आपणास किती एकक निवडावयाचे आहेत हे ठरवावेत नंतर या नकाशावर चौरस काढावेत आणि या चौकोनांना क्रमांक द्यावा. या पैकी काही चौकोणांची लॉटरी पद्धतीने निवड करावी. ज्या क्रमांकाची नमुना म्हणून निवड झाली. त्याच क्षेत्रातील एककाचा समावेश नमुन्यात करावा.

२) नियमबद्ध/व्यवस्थाबद्ध नमुना पद्धती :

या पद्धतीत संग्रहित केलेल्या माहिती ज्या संबंधातील सर्व घटकांची यादी उपलब्ध असणे आवश्यक असून या यादीतून घटकांची निवड केली जाते. या पद्धतीत पहिला घटक निवडतांना स्वैरं पद्धतीचा उपयोग केला जातो. तसेच किती प्रमाणात घटकांची निवड करावयाची हे प्रथम ठरविले जाऊन त्यानुसार अंकाच्या चिड्ड्या तयार करून निवडल्या जातात. उदा. समजा विश्वातील १०० घटकापासून १०% घटक निवडतांना १ ते १० अंकाच्या चिड्ड्या तयार करून त्यातील एक चिड्ड्या निवडून पुढील नमुने निवडले जातात. समजा निवडत असतांना पहिला घटक ५ वा निवडला गेला. तर त्या नंतरचा घटक ५, १५, २५, ३५, ४५, ५५.... अशा प्रकारे निवडले जातात. २०% घटक निवडतांना १ ते ५ अंकाच्या तर ५% घटक निवडतांना १ ते २० अंकाच्या चिड्ड्या तयार केल्या जातात. या पद्धतीत प्रत्येकवेळी दैवाचा आधार घेतला जातो. या पद्धतीत नमुने निवडण्यासाठी कमी कालावधी लागले तसेच निष्कर्ष हे समाधानकारक असतात. परंतू प्रातिनिधीक नमुने निवडले जाण्याची शक्यता कमी असते. कारण सर्व घटकांना सारखी संधी उपलब्ध होत नाही.

३) स्तरीय नमुना पद्धती :

या पद्धतीत संग्रहित केलेली माहिती गुणांनुसार विभागली जात असून त्यातूनच नमुने निवडले जातात. या पद्धतीमुळे भिन्न विभागांना प्रातिनिधीत्व मिळते. परंतू सर्व घटक एक जिनशी असतील. तरच या पद्धतीचा उपयोग होतो. समजा महाविद्यालयातील विद्यार्थ्यांच्या उपभोगाचा अभ्यास करतांना महाविद्यालयातील विविध शाखेतील व वर्गात विभागणी

केली जाईल व त्या प्रत्येक शाखेतून आणि वर्गातून नमुन्याची स्वैर पद्धतीने निवड केली जाईल. अशा प्रकारे विविध शाखेतून व वर्गातून निवडण्यात येणारे नमुने प्रमाणात किंवा अप्रमाणात असू शकतात. प्रमाण पद्धतीत प्रत्येक विभागातून घेण्यात येणाऱ्या नमुन्यांचे प्रमाण सारखे असते. तर अप्रमाण पद्धतीत हे प्रमाण भिन्न असते.

४) बहुस्तरीय नमुना पद्धती (Multi- staged Sampling) :

या पद्धतीत नमुन्याची निवड एकदाच होत नसून ती अनेक स्तरावर होत असते. प्रत्येक स्तरातील निवड दैवावर आधारीत असते. म्हणजेच या पद्धतीत वेगवेगळ्या स्तरांवर नमुन्यांची निवड केली जाते. हे एकुण घटक विविध स्तरांवर विभागले जातात. त्यानंतर प्रथम स्तरांवर नमुने निवडले जातात नंतर दुसऱ्या व तिसऱ्या स्तरांवर नमुन्यांची निवड केली जाते. अशा प्रकारे विविध स्तरांवर नमुने निवडले जातात. म्हणून यास बहुस्तरीय नमुना पद्धती म्हणतात.

प्रथम स्तरातून नमुने निवडण्यासाठी स्वैर पद्धतीचा वापर केला जातो. आणि दुसऱ्या स्तरावर पहिल्या स्तरातून आणि तिसऱ्या स्तरावर दुसऱ्या स्तरातून निवडलेल्या नमुन्यातून घटके निवडली जातात.

उदा. जर भारतात ग्रामीण ऋणासंदर्भात सर्वेक्षण करावयाचे असेल तर भारत हे आपला समग्र असेल या भारताला म्हणजे समग्राला विविध क्षेत्रात विभागणे गरजेचे आहे. आणि प्रत्येक क्षेत्रातील जिल्ह्यांची सूची तयार केली जाईल. या जिल्ह्यांच्या सूचीतून ३० जिल्ह्यांची निवड केली. हे आपले प्रथम चरण आहे. या ३० जिल्ह्यातील तालुक्यांची यादी करून या प्रत्येक जिल्ह्यातून २ तालुक्यांची निवड केली. हे आपले दुसरे स्तर होय. या नंतर तिसऱ्या स्तरावर ६० तालुक्यातील गावाची यादी तयार केली (30x20 =60) आणि प्रत्येक तालुक्यातील १० गावांची निवड केली.(60x10 = 600) आणि चौथ्या स्तरावर या ६०० गावातून ५ कुटुंबाची निवड करणे म्हणजे (600x5 = 3000) कुटुंबांपासून प्रश्नावलीद्वारे माहिती संग्रहण करणे. येथे नमुन्यांची निवड एकत्र न करता विभिन्न स्तरावर केली जाते आणि प्रत्येक स्तरांवरील निवड दैवावर आधारीत असते.

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

थोडक्यात या पद्धतीमुळे विभिन्न स्तरांवरील घटकांची माहिती उपलब्ध होते आणि व्याप्ती मोठी असतांना ही पद्धती उपयुक्त असते. परंतू या पद्धतीत प्रत्येक स्तरावर प्रातिनिधीक नमुन्यांची निवड होईलच असे नाही.

५) बह्वयवस्थीय नमुना निवड पद्धती (Multiphase Sampling):

या पद्धतीत नमुन्यातील काही एककांना काही प्रश्न जास्तीचे विचारपूर्वक विचारले जातात. इतर नमुन्यातील घटकांकडून ठरल्याप्रमाणेच प्रश्न विचारून माहिती संकलित केली जाते. यामुळे निवडलेला नमुना हा प्रातिनिधीक आहे अथवा नाही हे उमगते. यामुळेच जास्तीचे प्रश्न विचारून नमुन्यांची चाचणी केली जाते. व सखोल अध्ययन केले जाते. तसेच इतर घटकांच्या माहितीची तपासणी करता येते.

संभाव्य/स्वैर यादृच्छिक नमुना निवड पद्धतीचे गुण :

१. ही एक शास्त्रीय स्वरूपाची पद्धती आहे.
२. या पद्धतीत नमुना एकक निःपक्षपणे निवडल्या जातात. कोणताही पक्षपात होत नाही. थोडक्यात एकक निवडण्यात पूर्वग्रह किंवा अभिनतीचा प्रभाव किमान पातळीर येतो.
३. संभाव्यता नमुना निवड पद्धतीद्वारे निवडलेले नमुना एकक हे वस्तुनिष्ठ असतात.
४. या पद्धतीत समष्टीतील प्रत्येक एककास नमुन्यामध्ये निवडले जाण्याची समान संधी असल्यामुळे नमुना जास्तीत जास्त प्रातिनिधीक होतो.
५. नमुन्यातील एकक निवडण्यामध्ये चूक होण्याची शक्यता कमीत कमी होते.

दोष :

१. या पद्धतीत अभ्यासकाला प्रारंभिक ज्ञान असणे आवश्यक आहे. म्हणजेच समग्र्याच्या सर्व लक्षणांची माहिती असली पाहिजे.
२. नमुना कितपत शास्त्रशुद्ध व योग्य पद्धतीने निवडला आहे. यावर नमुना चाचणीचे यश व निष्कर्षाची विश्वसनीयता अवलंबून असते.
३. एककात फरक असल्यास ही पद्धती अडचणीची ठरते.

४. निवडलेल्या एककांवर अन्वेषकाचे संपूर्ण नियंत्रण राहिल याची खात्री देता येत नाही.
 ५. या पद्धतीने निवडलेल्या एककांशी संपर्क साधने बरेचदा अवघड असल्याने वेळ, पैसा व श्रम बऱ्याच प्रमाणात खर्च करावे लागतात.
- या पद्धतीचा वापर करतांना पंढील खबरदारी घेणे आवश्यक आहे. :-
१. ज्या समष्टीचा अभ्यास केला जाणार आहे. तिची बिनचूक व स्पष्ट व्याख्या करावी.
 २. समष्टीतील सर्व एककाची यादी करावी.
 ३. नमुन्यात निवडलेले एकक सर्वसाधारण आकाराचे असावेत. ते परस्परांपासून पूर्णतः स्वतंत्र असावेत.
 ४. प्रत्येक एककांशी अन्वेषकांने संबंध सतत ठेवला पाहिजे.
 ५. नमुन्यातील सर्व एकक समान गुणधर्माचे असावेत.

ब) गैर संभाव्य/अस्वैर नमुना पद्धती (Non Random Sampling Methods) :

स्वैर नमुना निवड पद्धतीच्या अगदी विरुद्ध असे या पद्धतीचे स्वरूप आहे. जेव्हा एखाद्या क्षेत्रातील एककाची संख्या किती आहे, हे माहिती नसते. तेव्हा ही पद्धती उपयुक्त असते. जेव्हा समग्रातून/विश्वातून प्रत्येक एककाचा नमुन्यात समावेश होण्याची संभाव्यता सांगता येत नाही. तेव्हा त्या पद्धतीला अस्वैर नमुना पद्धती म्हणतात. या पद्धतीचे पुढील प्रकार पडतात.

१. न्याय पद्धती (Judgement Sampling Method):

या पद्धतीत नमुन्याची निवड करण्याचा संपूर्ण अधिकार हा सर्वेक्षकाला असून तो त्याला ज्या घटकाची निवड करावयाची असेल. त्यांची तो निवड करू शकतो. थोडक्यात सर्वेक्षकाला जे गुण महत्वाचे वाटतात त्यानुसार तो नमुन्यांची निवड करित असतो.

उदा. महाविद्यालयातील विद्यार्थ्यांच्या व्यसनाधिनतेचा अभ्यास करतांना सर्वेक्षक नमुन्यादाखल जेवढे नमुने निवडावयाचे असतील तेवढे नमुने सर्वेक्षक मर्जीनुसार निवडीत असतो. म्हणजेच सर्वेक्षकाला जे विद्यार्थी प्रतिनिधित्व करू शकतात असे वाटते त्याच विद्यार्थ्यांची तो निवड करू शकतो. म्हणूनच

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

या पद्धतीत स्वैरपद्धतीला कुठलेही स्थान नसते. तसेच या पद्धतीत नमुने निवडतांना व्यक्तीच्या पूर्वग्रहाचा परिणाम होण्याची दाट शक्यता असते.

२. सोयीस्कर/सोयीचा नमुना निवड पद्धती (Convenience Sampling Method) :

या पद्धतीत संशोधक/अभ्यासक आपल्या सोयीनुसार नमुना निवडीत असतो. नमुन्यांची निवड करतांना अभ्यासकाला संपूर्ण स्वातंत्र्य असते. म्हणजेच नमुन्यांची करण्यात येणारी निवड सर्वेक्षकांच्या सोयीवर अवलंबून असते. उपलब्धता, वेळ, पैसा, संपर्काचा सोपेपणा व तांत्रिक गरज या निकषावरच नमुन्यातील एककांची निवड केली जाते. नमुना निवडीसाठी कोणतीही शास्त्रीय व पूर्वनियोजित पद्धत वापरली जात नाही. म्हणजेच नमुना निवडीची ही अनियोजित पद्धत मानावी लागेल. जेव्हा अभ्यास क्षेत्र निश्चित असत नाही आणि कोणते व किती एकक निवडावेत याबद्दल शास्त्रीय निकष लावता येत नाही तेव्हा सोयीस्कर नमुना निवड पद्धतीचा वापर केला जातो. अभ्यास विषय असणाऱ्या एककांच्या संपूर्ण यादीचा अभाव असतो. जसे जैविक शेती करणाऱ्या शेतकऱ्यांची वेगळी अशी यादी उपलब्ध नसते. या संदर्भात अभ्यास करतांना या पद्धतीचा वापर करता येईल. अभ्यासक नमुन्यासाठी किती एककांची वा घटकांची आवश्यकता आहे त्या संख्येवर नमुना निवड किती प्रमाणात करावयाची हे ठरविले जाते. नमुन्यांची संख्या अधिक प्रमाणात असावी. या पद्धतीनुसार नमुना निवडतांना पक्षपात होण्याची शक्यता असते.

३. स्वयं नियुक्त/स्वयं निर्वाचित नमुना पद्धती :(Self Selected Sampling Method)

या पद्धतीत अभ्यासक हा स्वतः नमुन्याची निवड करीत नाही तर समग्रातील एकक स्वतःहून आपला समावेश नमुन्यात व्हावा. म्हणून प्रयत्नशिल असतात. म्हणजेच अध्ययनाशी संबंधित समग्रातील एकक आपणहून अभ्यासकाशी संपर्क साधतात. जेव्हा नमुना निवडीचे भौगोलिक क्षेत्र ठरलेले असत नाही तेव्हा या नमुना निवड पद्धतीचा वापर केला जातो. उदा. वृत्तपत्रातून एखाद्या विषयासंबंधीत आपल्या प्रतिक्रिया कळवाव्यात असे जाहीर केल्यावर काही वाचक स्वतःहून प्रतिक्रिया कळवितात म्हणजेच ते

स्वयं नियुक्त नमुन्यांचे घटक बनतात. या व्यतिरिक्त सरकार अनेक नवीन योजना रोजगारासाठी अथवा दारिद्र्य निर्मुलनासाठी आखते. तेंव्हा अनेक घटक आपण होऊन या योजनेचा लाभ घेण्यासाठी नांव देतात. म्हणजेच हे स्वयं निर्वाचित नमुना असतात. यातील कोणते व किती नमुने निवडावयाचे हे अभ्यासक स्वतः ठरवित असतो.

४. सहेतूक किंवा उद्देशपूर्ण नमुना निवड पद्धती :

ज्यावेळी अभ्यासक एखाद्या विशिष्ट हेतू किंवा उद्देश समोर ठेवून कांही एककांची निवड करतो. तेंव्हा त्याला सहेतूक नमुना निवड पद्धती म्हणतात. या पद्धतीत प्रथम समस्यांची सर्व लक्षणे माहिती करून घेऊन एककांची निवड केली जाते. हे निवडलेले नमुने उद्देशानुकूल व प्रातिनिधीक असतात. या पद्धतीत अभ्यासकाला समग्राच्या सर्व एककांचे व वैशिष्ट्यांचे ज्ञान असते. त्यामुळे कोणता एकक निवडला म्हणजे उद्देश साध्य होईल. याची पूर्ण कल्पना असते. त्यामुळे नमुन्याची निवड स्वतःच्या इच्छेनुसार केली जाते. त्यामुळे पक्षपातीचा दोष या पद्धतीत दिसतो. या पद्धतीत कमी पैसा खर्च होतो.

५. कोटा पद्धती (Quota Sampling Method) :

ग्राहकांच्या वस्तुंबाबत असणारा कल जाणून घेण्यासाठी व्यापारी क्षेत्रात कोटा पद्धतीचा उपयोग केला जातो. उपभोक्त्यांची विविध उपभोग्य वस्तूसाठी असणारी मागणी, त्यांच्या सवयी, मतदारांचा कौल, बचत प्रवृत्ती, यासारख्या अभ्यास विषयासंबंधी अभ्यास किंवा संशोधन करण्यासाठी कोटा नमुना निवड पद्धतीचा वापर प्रामुख्याने केला जातो. समष्टीसंबंधी कांही सामान्य विधाने किंवा निष्कर्ष मांडण्यासाठी त्या समष्टीचे प्रतिरूप ठरेल. असा नमुना निवडणे हे कोटा पद्धतीचे प्रमुख उद्दीष्ट असते. या पद्धतीत नमुना निवडण्यासाठी समग्रातील विविध घटकांचे एकूण समग्रात जे प्रमाण असते. तेच प्रमाण नमुन्यातही कायम राहिल याची काळजी घेतली जाते. कोटा नमुना निवड करताना खालील टप्पे लक्षात घ्यावे लागतात.

१. ज्या लक्षणांच्या संदर्भात अभ्यास करावयाचा आहे. त्यांच्याशी संबंधित असणाऱ्या एककांच्या गुणधर्मांच्या आधारे समष्टीचे वर्गीकरण करावे.

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

२. समष्टीतील विविध वर्गातील एककांचे जे ज्ञान प्रमाण असेल. त्या प्रमाणात नमुन्यातील एककांचे प्रमाण ठरविले जावे.
३. या पद्धतीत अनेक निरिक्षक प्रत्यक्ष काम करीत असतात त्यांना समष्टीतील विशिष्ट कोटा दिला जातो.
४. निरिक्षकास आपल्या कोट्यातील एकक निवडण्याचे संपूर्ण स्वातंत्र्य असते. यामुळे अभिनितीचा दोष येण्याची येण्याची दाट शक्यता असते.
अनेक निरिक्षक असल्याने ते समान निष्णांत असतील असे नाही.
त्यामुळे निष्कर्षात भिन्नता असू शकते.

गैरसंभाव्य/अस्वैर नमुना निवड पद्धतीचे गुण :

१. ही पद्धती शास्त्रीय स्वरूपाची नसली तरी ही पद्धती महत्वाची आहे.
२. या पद्धतीत पूर्वज्ञान असणे आवश्यक नाही.
३. ही एक सोपी व सरळ पद्धती आहे.
४. या पद्धतीमुळे वेळ, पैसा, व श्रम यांची बचत होते.

दोष :

१. या पद्धतीतील नमुना निवडतांना पक्षपात होण्याची दाट शक्यता असते. अभ्यासक पूर्वग्रहाने नमुने निवडण्याची शक्यता जास्त असते.
२. या पद्धतीद्वारे निवडण्यात आलेले नमुने समग्राने प्रतिनिधीत्व करतीलच असे नाही.
३. याद्वारे मिळणारे निष्कर्ष अनेकदा दिशाभूल करणारे ठरू शकतात.

नमुना निवड पद्धतीचे गुण :

१. **कमी वेळ, श्रम, व पैसा :**

गतिमान युगात नमुना निवड पद्धती हीच सर्वोत्तम पद्धती आहे. या पद्धतीत काही नमुना घटकांचा अभ्यास केलेला असल्याने संपूर्ण चौकशीच्या पद्धतीपेक्षा या पद्धतीत अभ्यासासाठी लागणारा वेळ, श्रम, व पैसा कमी लागतो. वेळेची बचत, श्रमाची बचत, आणि पैशाची बचत ही फक्त माहिती संग्रहणाच्या बाबत होत नाही तर सांख्यिकीय प्रक्रियेसाठी लागणारा वेळसुद्धा व श्रमाचा सुद्धा कमी खर्च होतो. या पद्धतीत एकुण

घटकांपैकी विशिष्ट प्रमाणातील घटकांचा अभ्यास केला जातो. त्यामुळे फॉर्म वरील खर्च, माहिती संग्रहकावरील खर्च, प्रवास भत्ता व दैनंदिन भत्ता इत्यादी खर्चात बचत होते.

२. विश्वसनीय निष्कर्ष :

या पद्धतीतील एककांची संख्या मर्यादित असल्याने मिळालेल्या उत्तरांची अचूकता तपासून पाहता येते. त्यामुळे ते अधिक विश्वसनीय असतात. कारण जनगणना पद्धतीत एककाची संख्या अधिक असल्याने त्यांच्या उत्तराची पडताळणी करता येत नाही. म्हणजेच या पद्धतीने काढलेले निष्कर्ष संपूर्ण चौकशीच्या पद्धतीने काढलेल्या निष्कर्षापेक्षा अधिक विश्वसनीय असतात.

३.सखोल अध्ययन :

या पद्धतीत फक्त मोजक्या घटकांचेच अध्ययन करावे लागते. त्यामुळे प्रत्येक एककाकडे जास्तीत जास्त लक्ष देऊन त्यांचा सर्वांगीण व सखोल निरीक्षण करणे सहज शक्य होते. त्यामुळे अधिक माहिती संग्रहित होते. आणि सखोल अध्ययन करणे शक्य होते.

४. नमुना गटातील एककांची संख्या मर्यादित असल्यामुळे सर्वेक्षकाला माहिती संकलीत करणाऱ्यांवर नियंत्रण ठेवता येते. म्हणजेच अभ्यासक अध्ययन कार्याचे प्रशासन सुलभतेने करू शकतो.

५. संपूर्ण घटकांची चाचणी करणे सर्वच अध्ययनात शक्य नसते. अशावेळी नमुना निवड पद्धती हा योग्य पर्याय आहे.

६. संपूर्ण चौकशी करतांना अनेक चूका होण्याची संभाव्यता असते. तेंव्हा ही चौकशी बरोबर आहे की नाही हे तपासण्यासाठी नमुना चौकशी केली जाते.

दोष :

१. नमुना गटातील एककांची निवड दोष पूर्ण होण्याची शक्यता असते.
२. एककांची निवड कोणत्या आधारावर करावी ही समस्या निर्माण होते.
३. नमुना निवडित चूक झाली तर नमुना चौकशीला अर्थ रहात नाही.
४. नमुना निवड प्रक्रिया अतिशय गुंतागुंतीची असल्याने विशिष्ट प्रशिक्षणाची आवश्यकता असते.

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

५. जेंव्हा संपूर्ण घटकांचा अभ्यास असतो. तेंव्हा नमुना चौकशीचा उपयोग होत नाही.
६. नमुने निवडीसाठी तज्ञांची आवश्यकता असते. पण अशा तज्ञांची कमतरता असल्याने माहिती संग्रहणात अडथळे निर्माण होतात.

थोडक्यात नमुना पद्धती अत्यंत लोकप्रिय आहे. नमुना निवडीच्या पद्धतीत वेळ, पैसा, श्रम, यांचा अपव्यय होत नाही. योग्य निष्कर्ष प्रतिपादीत करता यावे यासाठी आदर्श नमुना निवड केली पाहिजे नमुना चौकशीतील चुकांचे प्रमाण नमुन्याच्या संख्येतील वाढीबरोबर घटत जाते.

नमुन्याची निवड करतांना प्रथम ज्या समग्रातून एकक निवडावयाचे असतात तो समग्र निश्चित करावा. यानंतर नमुन्यांचे एकक निश्चित करून त्यांची एक सूची तयार करावी. ही सूची अद्ययावत असावी, परिपूर्ण असावी व पुनरावृत्ती टाळावी. तसेच नमुन्यांचा आकार निश्चित करावा. योग्य नमुना निवड पद्धतीचा किंवा तंत्रांचा वापर करून नमुना निवडला जावा. नमुना चाचणी पद्धतीत फार मोठ्या प्रमाणावर संघटन व नियंत्रण व्यवस्थेची स्वतंत्र सोय करावी लागत नाही. अविकसित व विकसनशील देशात आर्थिक व इतर समस्या असंख्य असतात त्या सर्वांचा एकाचवेळी अभ्यास करणे हे फक्त नमुना चाचणी पद्धतीनेच शक्य आहे.

नमुना पद्धतीतील चूका (Sampling Errors) :-

नमुने निवडतांना भरपूर काळजी घ्यावी लागते. सर्व घटकांचा अभ्यास नसल्याने काही चूका होण्याची शक्यता असते. चूका ह्या दोन प्रकारच्या असतात.

१. पूर्वग्रहातून निर्माण होणाऱ्या चूका.
२. पूर्वग्रह नसतांना होणाऱ्या चूका.

नमुन्याची निवड जेंव्हा जाणीवपूर्वक केली जाते. म्हणजेच स्वतःच्या इच्छेने केली जाते. तेंव्हा त्या चूकांना पूर्वग्रहातून झालेल्या चूका म्हणतात. अशा चूका नमुन्याची चूकीची निवड झाल्याने, माहितीचे चूकीचे संग्रहण करणे व चूकीचे विश्लेषण केल्याने होतात हे टाळण्यासाठी पूर्वग्रह टाळून अभ्यास करणे हाच यावरील उपाय आहे. तसेच निवडण्यात येणाऱ्या नमुन्यांची संख्या, विश्लेषण, वर्गीकरण, व सारणीयन इत्यादींमुळे होणाऱ्या ज्या चूका

असतात त्यांना पूर्वग्रह नसतांना होणाऱ्या चूका म्हणतात. पूर्वग्रहाशिवाय होणाऱ्या चूकांमध्ये प्रामुख्याने पुढील बाबी कारणीभूत असू शकतात.

१. एक तर उद्देशाला अनुसरून माहिती गोळा केली जात नाही किंवा माहिती संग्रहित करतांना चूकीचे तंत्र निवडल्या जावू शकते.
२. चूकीचे एकक घेतल्याने देखील निवडण्यात चूक होते.
३. प्रश्नावली तयार करण्यात चूक झाली तर किंवा प्रशिक्षित संग्रहकाची निवड न झाल्यामुळे.
४. ज्या घटकांकडून माहिती संग्रहित करावयाची आहे. त्या घटकाने योग्य प्रतिसाद दिला नाही तर किंवा चूकीची माहिती दिल्यामुळे पण नमुना चौकशीतील चूकांचे प्रमाण हे नमुन्याच्या संख्येत वाढ केल्यावर घटत जाते. पण पर्याप्त संख्येपेक्षा कमी नमुने निवडले तर मात्र चूकांचे प्रमाण वाढते.

.....

वर्गीकरण व सारणीयन Classification and Tabulation

संग्रहित केलेल्या माहितीवर प्रक्रिया कराव्या लागतात या प्रक्रिया पैकी पहिली प्रक्रिया म्हणजे संग्रहित माहितीचे वर्गीकरण व सारणीयन ही होय. आपल्या अभ्यासानुसार व उद्देशानुसार माहितीचे वर्गीकरण करावे लागते. या प्रक्रिया निष्कर्ष काढण्यासाठी उपयोगी पडणाऱ्या पायऱ्या होत.

“वर्गीकरण म्हणजे समान गुणांच्या संख्येचे असमान गुणांपासून वेगळे करणे होय.”

पोस्टातील पत्रांचे विभाजन ज्या पद्धतीने केले जाते त्यालाच वर्गीकरण प्रक्रिया म्हणतात. एखादया ग्रंथालयात हजारोंचा संख्येने पुस्तक असतात त्यांचा एक मोठा ढीग करुन ठेवला व त्यांतून एखादे पुस्तक शोधने अवश्यक गोष्ट असते पण त्यांचे विषयवार, लेखकवार व भाषावार वर्गीकरण करुन ठेवले तर काही क्षणात पुस्तक शोधून काढता येते. ग्रंथपाल ग्रंथालयातील पुस्तकांचे वर्गीकरण विषयावार, लेखकानुसार, लेखन प्रकारानुसार करतो व त्यानुसार पुस्तकांची मांडणी करतो. संग्रहित माहितीची थोडक्यात केलेली मांडणी म्हणजे वर्गीकरण होय. वर्गीकरणामुळे सहजता, सोपेपणा येतो. वर्गीकरण नसेल तर सावळा गोंधळ होतो.

थोडक्यात सांखिकीय सामग्री प्रत्येक प्रश्नावलीत विखूरली असते. ती विखूरलेली माहिती विशिष्ट पद्धतीने गोळा केली तर त्याचा अर्थबोध होतो. सांखिकीय सामग्रीत काही वैशिष्ट्ये असतात. या वैशिष्ट्यांच्या सारखेपणा वरुन वर्गीकरणाची क्रिया पार पाडली जाते. म्हणजेच वर्गीकरणात सारखेपणा व असारखेपणा एकमेकांपासून वेगळा केला जातो. जसे बाजारातून भाजी आणल्यावर आपण सारखेपणा लक्षात घेऊन ती ती भाजी वेगळी करतोत.

वर्गीकरणाचे उद्देश:

1. समान व असमान गुणांच्या संख्यांचा विचार करण्यासाठी
2. तुलना करण्यासाठी वर्गीकरण उपयोगी पडते
3. महत्त्वाच्या संख्या दृष्टिक्षेपात येण्यासाठी

4. महत्वाच्या माहितीची नोंद घेऊन कमी महत्वाची माहिती गाळण्यासाठी वर्गीकरण उपयोगी पडते.

5. सांख्यिकी प्रक्रियेसाठी वर्गीकरण उपयोगी ठरते

वर्गीकरणाचे प्रकार:

1. भौगोलिक वर्गीकरण - देश, राज्य, जिल्हा, तालुका, गाव वगैरे जागेवरून होणारे वर्गीकरण
2. काळानुसार वर्गीकरण- उदाहरणार्थ वर्ष, महिना, दिवस, वगैरे समयावरून होणारे वर्गीकरण
3. गुणात्मक वर्गीकरण - उदाहरणार्थ गरीब, श्रीमंत, स्त्री, पुरुष वगैरे
4. संख्यात्मक वर्गीकरण - ज्याचा आधार संख्या असते.
5. साधे वर्गीकरण
6. जटिल वर्गीकरण

1. भौगोलिक वर्गीकरण (Geographical Classification):

ज्या वर्गीकरणाचा आधार भौगोलिक प्रदेश असतो त्यास भौगोलिक वर्गीकरण म्हणतात. देशाच्या लोकसंख्येचे वर्गीकरण राज्यानुसार केले जाते

उदाहरणार्थ -

2011ची राज्यवार लोकसंख्या

राज्य	लोकसंख्या (कोटी)
महाराष्ट्र	9.29
आंध्र प्रदेश	7.00
मध्य प्रदेश	6.00

2. काळानुसार वर्गीकरण (Cronological Classification):

संग्रहित केलेल्या माहितीचे काळानुसार जेव्हा विभाजन केले जाते किंवा काळ हा वर्गीकरणाचा पाया असतो तेव्हा त्यास काळानुसार वर्गीकरण म्हणतात. यात संख्येची मांडणी ही चढत्या काळानुसार केली जाते. **उदा.**

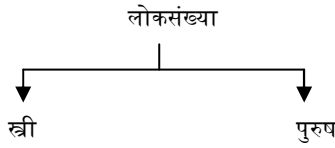
वर्ष	लोकसंख्या (कोटीत)
१९८१	६८.३३
१९९१	८४.६४
२००१	१०२.८७
२०११	१२१.०१
२०२१	१३१.००*

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

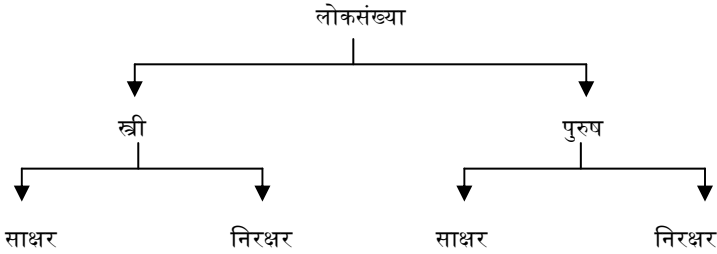
3. गुणात्मक वर्गीकरण (Qualitative Classification) :

गुणात्मक वर्गीकरण करताना वर्गीकरणाचा पाया हा कोणता तरी गुण असला पाहिजे. उदाहरणार्थ लिंग, रंग शिक्षण व धर्म इत्यादी गुणात्मक वर्गीकरण याची वैशिष्ट्ये होय. एका वेळी एकच गुणाचा विचार करून केलेल्या वर्गीकरणास साधे वर्गीकरण म्हणतात.

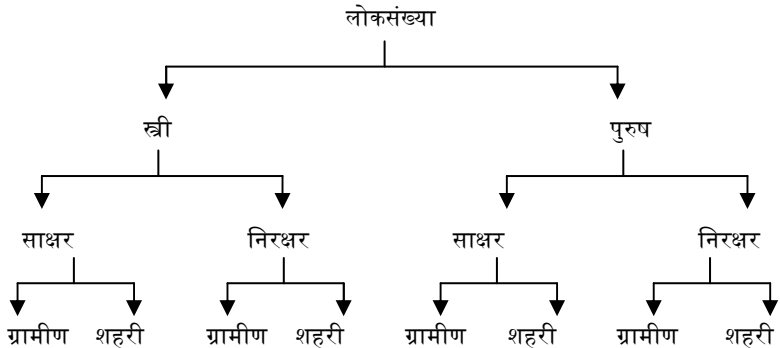
उदाहरणार्थ -



माहितीचे वर्गीकरण करताना दोन गुणांचा जेव्हा विचार केला जातो, तेव्हा त्यास द्विगुण वर्गीकरण म्हणतात.



वर्गीकरणात जेव्हा एकाच वेळी दोन पेक्षा अधिक गुणांचा विचार केलेला असतो तेव्हा ते बहुगुणवर्गीकरण असते.



४. संख्यात्मक वर्गीकरण -

संग्रहित केलेल्या माहितीच्या गुणांचे संख्येनुसार केलेले वर्गीकरण म्हणजे संख्यात्मक वर्गीकरण होय. उदाहरणार्थ - महाविद्यालयीन विद्यार्थ्यांचे त्यांच्या वजनानुसार वर्गीकरण

वजन पौंडात	विद्यार्थी संख्या
90-100	50
100-110	20
110-120	26
120-130	36
130-140	9
140-150	4
एकूण	145

वजन व उंची, किंमत, उत्पन्न व उत्पादन अशा वैशिष्ट्यांना चल (Variable) म्हणतात चल आणि घटकांची संख्या (वारंवारिता) मांडण्याच्या पद्धतीला मालिका (Series) म्हणतात अशा तीन प्रकारच्या मालिका असतात.

1. साधी पदमाला २. खंडित पदमाला ३. संतत पदमाला

1. साधी पदमाला (Simple Series):

संग्रहित केलेल्या माहितीच्या वैशिष्ट्यांचे मूल्य (चलांचे मूल्य) जेव्हा चढत्या किंवा उतरत्या क्रमाने मांडले जाते तेव्हा ती साधी पदमाला असते.

उदा. विद्यार्थ्यांना मिळालेले गुण

X (गुण)	10	15	20	25	35	40	45	50	55	60

2. खंडितपदमाला (Discrete Series):

संग्रहित माहिती गुणाची किती वेळा पुनरावृत्ती होते हे दर्शविणाऱ्या संख्येस वारंवारिता म्हणतात. अशा वारंवारितेसह मूल्यांच्या केलेल्या मांडणी खंडित पदमाला म्हणतात. या पद्धतीचा उपयोग तेव्हाच होतो जेव्हा मूल्याची पुनरावृत्ती होते.

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

गुण	वारंवारिता (Frequency)
10	1
15	2
20	3
25	7
30	5
40	4
50	3
एकूण	25

३. संतत पदमाला (Continuous Series):

संततपदमालेत गुणधर्माच्या किंवा चलाच्या मूल्याचे विविध गट तयार केले जातात व हे गट चढत्या किंवा उतरत्या क्रमाने लिहून त्या गटात समाविष्ट होणारी संख्या (वारंवारिता) त्याच्यासमोर लिहिली जाते अशा संख्यांच्या मांडणीला संतत पदमाला म्हणतात.

उत्पन्न (रु.)	व्यक्तींची संख्या
10-20	5
20-30	10
30-40	20
40-50	15
50-60	4
60-70	1
N	55

गट मर्यादा (Class Limit):

गटातील लहान मूल्य व मोठे मूल्य यातील अंतराला गट मर्यादा म्हणतात. जसे १० ते २० हा गट असेल तर यातील १० हे लहान मूल्य तर २० हे मोठे मूल्य असून हिच गटाची मर्यादा आहे.

वर्ग अंतर किंवा गट अंतर (Class Interval) : गटाच्या दोन मूल्यातील (मोठे मूल्य व लहान मूल्य) अंतराला किंवा फरकाला गट अंतरम्हणतात. जसे १० ते २० गटातील अंतर १० आहे. हे अंतर उपलब्ध माहितीतील फरकावर अवलंबून असते.

गट वारंवारिता (Class Frequency):

मुलांच्या गटातील अवलोकनाच्या संख्येला गट वारंवारिता म्हणतात. जसे १० ते २० गटातील अवलोकनाची संख्या ९ आहे. $\sum f = N$

गट मध्यबिंदू (Class Midpoint):

जे मूल्य गटातील लहान मूल्य व मोठे मूल्य यांच्या मध्यभागी असते त्यास गट मध्य बिंदू म्हणतात.

$$MV = \frac{L_2 + L_1}{2}$$

गटातील मोठे मूल्य + गटातील लहान मूल्य L2 + L1

$$\text{गट मध्यबिंदू} = \frac{\text{-----}}{2} = \frac{\text{-----}}{2}$$

i) अपवर्जक पदमाला (Exclusive Series) :

या पदमालेत मूल्याचे असे गट तयार केले जातात की वरच्या गटातील मोठे मूल्य हे खालच्या गटाचे लहान मुले असते तेव्हा त्यास अपवर्जन पदमाला म्हणतात. उदा.

<i>x</i>	<i>f</i>
10-20	4
20-30	5
30-40	8
40-50	7
50-60	6

वरील पदमालेत पहिल्या गटातील मोठे मूल्य २० हे दुसऱ्या गटात लहान मूल्य असते. २० या मूल्याचा समावेश पहिल्या गटातच करावा, दुसऱ्या गटात करू नये.

ii) समावेशक पदमाला:

या पद मालेत गटातील मोठे मूल्य ज्या गटात घेतले जाते त्यानंतर येणाऱ्या मूल्य पासून दुसऱ्या गटाचा प्रारंभ होतो.

<i>x</i>	<i>f</i>
11-15	5
16-20	10
21-25	11
26-30	9
31-35	6

साधे वर्गीकरण : ज्यावेळी वर्गीकरण करीत असताना फक्त एकाच गुंणाचा विचार केला जातो त्यावेळी त्या वर्गीकरणाला साधे वर्गीकरण म्हणतात. उदा. लोकसंख्येचे स्त्री व पुरुष यात वर्गीकरण करणे हे साधे वर्गीकरण होय.

जटिल वर्गीकरण : वर्गीकरण करत असताना जमा केलेली माहिती जेव्हा अधिक खोलात जाऊन वेगवेगळ्या दृष्टिकोनातून वर्गीकृत केली जाते तेव्हा त्याला जटिल किंवा गुंतागुंतीचे वर्गीकरण म्हणतात. उदा. लोकसंख्येचे वर्गीकरण स्त्री - पुरुष , परत त्यांची फोड करुन

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

ग्रामीण व शहरी परत त्यांची फोड करुन ग्रामीण शहरी परत त्याची फोड करुन सुशिक्षित व अशिक्षित इ.

ताळा पध्दती (Tally Method):

अवलोकनांची संख्या कमी असेल तर वर्गीकरणाची क्रिया हातानेच करावी लागते पण लाखोच्या संख्येने अवलोकने असतील तर मात्र यंत्राच्या मदतीने वर्गीकरण केले जाते. आपल्या देशात शक्यतो हातानेच वर्गीकरण केले जाते. या पध्दतीत सुरवातीला किती वर्ग अथवा गट करायचे हे ठरविले जाते. मग प्रश्नावलीतील जो आकडा ज्या वर्गात बसेल त्या वर्गात तो आकडा लिहिण्या ऐवजी त्या समोर एक छोटी उभी रेष मारली जाते. मोजण्यास सोपे व्हावे म्हणून चार उभ्या रेषा झाल्यावर एक आडवी तिरपी (III) रेषा मारली जाते. असे पाच रेषांचे एक बंच तयार केले जातात. या पध्दतीला वर्गीकरणाची ताळा पध्दती असे म्हणतात.

या पध्दतीत न चूकता जलद गतीने वर्गीकरण झालेले दिसून येते. पण लाखोच्या संख्येत अवलोकने असतील तर मात्र ही पध्दती वापरता येणार नाही. अशा वेळी यंत्राची मदत घ्यावी लागेल. यंत्राच्या पध्दतीत खास तयार करण्यात आलेल्या कार्डावर प्रश्नावलीतील माहिती छिद्रांद्वारे कोरली जाते व सगळ्या प्रश्नावली आता कार्याच्या स्वरूपात तयार होतात मग ती सर्व कार्डे यंत्रात टाकली जातात व यंत्राच्या साहाय्याने वर्गीकरण तयार होते.

उदा. एका वर्गात अर्थशास्त्राचे ७० विद्यार्थी आहेत. त्यांना अर्थशास्त्राच्या दोन पेपर मध्ये म्हणजे २०० पैकी प्राप्त झालेले आकडे पुढे दिलेले आहेत. या आकडयांच्या साहाय्याने वर्गीकरण पुढील प्रमाणे करता येईल.

१०४,	१२०,	१२४,	१३७,	१४२,	१६०,	१०९,
१११,	१२८,	१३५,	१५०,	१५३,	१११,	११४,
१४१,	१५०,	१०९,	१०२,	१२७,	१३९,	१३८,
१५३,	१५७,	१४८,	१३९,	१५३,	१६०,	१४०,
१०२,	११३,	१२७,	१४२,	१२५,	१०९,	१४५,
१५८,	१५२,	१६४,	१०३,	११७,	१५०,	१४३,
१५७,	११२,	११७,	१२३,	१२७,	१३३,	१२२,
१३४,	११८,	१२९,	१२३,	१३७,	१४७,	१२८,
१३२,	११९,	१३३,	१४०,	१०९,	१२७,	१३५,
१४३,	११८,	१२२,	१२९,	१४१,	१५३,	१२७.

विद्यार्थ्यांचे गुण	ताळादर्शक रेषा	वांरवारिता
१०० - ११०	IIII III	९
११० - १२०	IIII IIII	१०
१२० - १३०	IIII IIII IIII	१५
१३० - १४०	IIII IIII III	१३
१४० - १५०	IIII IIII II	१२
१५० - १६०	IIII IIII	१०
१६० - १७०	I	०१

वर्गीकरणाचे गुण:

१. वर्गीकरण स्पष्ट असावे -

वर्गीकरणाच्या क्रियेत स्पष्टता असणे आवश्यक आहे. स्पष्टता नसेल तर एखादा आकडा कोणत्या गटात समाविष्ट करावा याचा गोंधळ निर्माण होऊन वर्गीकरणात अडचणी निर्माण होतील.

२. वर्गीकरणात स्थिरता असावी -

एखादी चौकशी वारंवार केली जाते या वेळी एकदा जे एकक किंवा पध्दती वापरले असेल तेच दुसऱ्यांदा वापरलेले असावे. असे झाले नाही तर तुलना करणे अवघड होईल. जसे एका चौकशीत सुशिक्षित म्हणजे लिहिता, वाचता येणारे असे म्हटले तर दुसऱ्या चौकशीत सुशिक्षित म्हणजे फक्त वाचता येणारे असे म्हटले तर वर्गीकरणात स्थिरता येणार नाही.

३. वर्गीकरणात लवचिकता असावी -

चौकशी वारंवार करण्यात येते त्यावेळी परिस्थिती बदलत असते अशा बदलत्या परिस्थितीत नव नवीन घटना घडत असतात. या नवीन घटनांना किंवा घटकांना नवीन वर्गांची किंवा गटांची आवश्यकता असते. त्यामुळे त्यांना समाविष्ट करून घेण्याइतपत वर्गीकरणात लवचिकता असावी. थोडक्यात मूख्य वर्ग स्थिर असावेत व उपवर्ग लवचिक असावेत.

४. वर्गीकरण अनुरूप अथवा योग्य असावे -

करण्यात येणारी चौकशी ही अनुसरून असावी नाहीतर बारकावे स्पष्ट करता येणार नाही. चौकशीला कशाप्रकारे वर्गीकरण आवश्यक राहिल याचा विचार करून वर्ग ठरावेत नसता ते अनुरूप राहणार नाहीत. उदा. कितीला पास व कितीला नापास हे स्पष्ट असावे.

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

वर्गीकरणाचे तत्त्वे किंवा नियम :

१. वर्ग गटातील अंतर हे शक्यतो ५ व १५ च्या दरम्यान असावेत पण मूल्यातील अंतर जास्त असेल तर गटातील अंतर ही जास्त असते.
 २. गटातील अंतर हे शक्यतो ५ किंवा १० च्या पटीत असावेत.
 ३. गटाचा मध्यबिंदू काढण्यासाठी सोयीचा असावा.
 ४. गट हा अपवर्जक पध्दतीचा असावा.
 ५. गट हा डाव्या स्तंभात व गटाची वारंवारिता उजव्या स्तंभात लिहावी.
 ६. भिन्न गटातील अंतर हे सर्वत्र सारखे असावे.
 ७. शक्यतो उघड - शेवट (Open - End) गट टाळावेत.
- वर्गीकरण झाले म्हणजे अभ्यासाचा शेवट झाला असे नाही. वर्गीकरण नंतर काही सांख्यिकीय क्रिया पार पाडाव्या लागतात.

सारणीयन (Tabulation)

सामान्य माणसाला समजावी एवढेच नाही तर ती वाचकांच्या लक्षात राहावी यासाठी सांख्यिकी प्रक्रियेची गरज असते. सारणीयनचा व्यवहारीक अर्थ तक्ते रकाने किंवा टेबल होय. सारणीचा प्रमुख हेतू संग्रहित केलेली माहिती थोडक्यात व अर्थपूर्ण पद्धतीने मांडणे हा असतो.

ओळी आणि स्तंभात मांडणी केलेल्या सांख्यिकी आकडेवारीला सारणी म्हणतात. सारणीचा मुख्य हेतू म्हणजे क्लिष्ट माहिती सोपी करणे व ती तुलना करण्यासाठी सोयीची करणे होय.

प्राथमिक स्रोताद्वारे संकलीत केलेल्या माहितीचे, तथ्यांचे आणि आकडेवारीचे संक्षिप्तीकरण करून पुढील विश्लेषणासाठी कमीत कमी प्रारूपात मांडण्याच्या पध्दतीला सारणीयन म्हणतात.

सारणीयन ही तथ्यांचे संकलन व विश्लेषण या मधील प्रक्रिया आहे.

प्रा. निस्वंगर - “ओळीत किंवा रकान्यांचा उपयोग करून तथ्यांच्या क्रमबद्ध समुहाना प्रस्तुत करण्याची क्रिया म्हणजे सांख्यिकीय सारणी होय.”

सारणीयनाचे उद्देश : (Objects of Tabulation)

१. तथ्यांची पध्दतशीररित्या मांडणी करणे.
२. तथ्यांना स्पष्टता प्रदान करणे.
३. कमीत कमी जागेत तथ्यांची मांडणी करणे.

४. विश्लेषणास सुलभता प्रदान करणे.
५. तुलनात्मक परीक्षणास मदत करणे.
६. विविध वैशिष्ट्ये स्पष्ट करणे.
७. तथ्यांना संक्षिप्त स्वरूपात मांडणे.
८. माहिती सोप्या स्वरूपात मांडणे.

आदर्श सारणीची वैशिष्ट्ये :

१. सारणीचा आकार योग्य असावा.
२. सारणीचे स्वरूप आकर्षक असावे.
३. प्रत्येक सारणीला योग्य, स्पष्ट व आकर्षक शीर्षक दयावे.
४. सारणी द्वारे तुलनात्मक अध्ययन करता यावे.
५. सारणीत योग्य प्रमाणात रकाने व ओळी असाव्यात.
६. मापनाची मात्रा स्पष्ट असावी.
७. तळटीप दयावी.
८. महत्वाचे शब्द किंवा अंक अधोरेखित करावेत.
९. ओळी व स्तंभांना योग्य शीर्षक असावे.

वर्णनात्मक स्वरूपापेक्षा सारणी स्वरूपात नोचदविलेली तथ्ये समजण्यास सुलभ जातात. पुनरावृत्ती टाळावी. गुंतागुंतीच्या सारण्या अहवालाच्या शेवटी दयाव्यात. हाताने केलेल्या सारणीयनाला हस्त सारणीयन तर यंत्राने केलेल्या सारणीयनाला यांत्रिक सारणीयन म्हणतात. आवश्यक ती सांख्यिकीय आकडेमोड करणे सुलभ जावे म्हणून सारांश स्वरूपात तथ्यांची मांडणी करण्याचे सारणी हे एक साधन आहे.

सारणीचे महत्त्व:

- 1) **सारणी क्लिष्ट आकडेवारी सोपी करते:** अनावश्यक माहिती व माहितीची पुनरावृत्ती टाळता येते आकडेवारी व्यवस्थित पणे ओळीत आणि स्तंभात मानता येते त्यामुळे वाचकांच्या सहज लक्षात येते व वेळ वाचतो एका दृष्टीक्षेपात सर्व माहिती उपलब्ध होते.
- 2) **तुलना करण्यासाठी उपयुक्त:** सारणी केली नाही तर आकडेवारीची तुलना करणे अतिशय अवघड असते. संग्रहित केलेल्या आकडेवारीला स्वतःचे स्वतंत्र अस्तित्त्व प्राप्त होते, सहज नजरेत भरते व स्मरणात राहते.

सारणीची विविध अंगे म्हणजे - i) सारणी क्रमांक ii) सारणीचे शीर्षक iii) स्तंभ शीर्षक iv) ओळी शीर्षक v) शरीर vi) संदर्भ नोंदणी

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

सारणीतील महत्वाचा भाग म्हणजे सारणीला क्रमांक असावा. सारणीला तिच्यात मांडलेल्या माहितीला अनुसरून योग्य शीर्षक असावे, शीर्षकात प्रामुख्याने ती माहिती कशासंबंधी आहे, कोणासंबंधी आहे किंवा कोणत्या काळाची आहे याचा उल्लेख असावा. शीर्षक स्पष्ट, त्रोटक व अर्थपूर्ण असावे.

स्तंभ शीर्षक: सारणीत अनेक स्तंभ असतात त्यामुळे कोणत्या स्तंभात कोणती माहिती आहे हे वाचकाला सहज लक्षात यावे यासाठी स्तंभांना शीर्षक दिले पाहिजे. एकक लिहावे.

ओळी शीर्षक: एका सारणीत अनेक ओळी असतात व या ओळींवर माहिती (आकडेवारी) लिहिलेली असते. ती माहिती कशासंबंधी आहे हे लक्षात येण्यासाठी ओळींना शीर्षक असावे आणि एकक असल्यास ते ही लिहावे.

शरीर: सारणीचे शरीर म्हणजे स्तंभ आणि ओळीत लिहिलेली आकडेवारी होय. हा सर्वात महत्वाचा भाग असून तो सारणीला अनुसरून व शोभेल असा असावा.

संदर्भ नोंदणी: (तळटीप) सारणीला संदर्भ देण्याची आवश्यकता असेल तर त्या अवश्य द्याव्यात.

सारणीचे सर्वसाधारण नियम:

सारणी अर्थपूर्ण व्हावी यासाठी पुढील नियम आहेत.

1. तयार करण्यात येणारी सारणी त्या कागदाच्या आकाराला शोभेल अशी असावी.
2. तक्त्यातील ओळी आणि स्तंभांना देण्यात येणारी शीर्षके विशिष्ट क्रमाने असावेत.
3. उपयोगात आणलेल्या एककाचा उल्लेख सारणीत स्पष्ट असावा.
4. शक्यतो दशांश मध्ये संख्या लिहिणे टाळावे.
5. सारणीतील ज्या संख्या महत्वाच्या वाटतात किंवा लक्षात ठेवाव्यात असे वाटते त्या संख्या वेगळे दाखवाव्यात (गडद किंवा वर्तुळात).
6. वेगवेगळ्या गुणधर्मासाठी वेगवेगळे टेबल तयार करावेत.
7. सारणीतील स्तंभात आणि ओळीत योग्य जागा सोडावी.
8. शीर्षकात त्रोटक शब्द वापरू नयेत.
9. आवश्यकते नुसार आळी व स्तंभांना क्रम दयावा.
10. ज्याचे मूल्य '०' असेल तेथे '०' लिहावे मूल्य उपलब्ध नसेल तर (--) मारावे.

सारणी चे प्रकार: 1) साधी सारणी (Simple Table) 2) दोन मार्गी सारणी 3) बहुगुणी सारणी

1) साधी सारणी (एक मार्गी सारणी one way table):

ज्या सारणीत एकच गुणाचा विचार केलेला असतो त्या सारणीस साधी सारणी म्हणतात. यालाच एक मार्गी सारणी म्हणतात. तथ्याच्या केवळ एका गुणाच्या आधारे अशी सारणी तयार केली जाते.

वय (वर्ष)	प्राध्यापकांची संख्या
25 पेक्षा कमी	05
25-35	15
35-45	25
45-55	10
55 पेक्षा जास्त	05
एकूण	60

2) दोन मार्गी सारणी (Two Way Table) :

ज्या सारणीत एकाच वेळी दोन गुण स्पष्ट केलेले असतात त्या सारणीस द्विमार्गी सारणी म्हणतात. तथ्यांच्या दोन गुणांच्या आधारे अशी सारणी तयार केली जाते. उदा. वय आणि लिंगाच्या आधारावर केलेले सारणी होय.

वय	प्राध्यापक	
	पुरुष	स्त्री
25 पेक्षा कमी	4	1
25-35	10	5
35-45	20	5
45-55	8	2
55 पेक्षा जास्त	3	2
एकूण	45	15

3) बहु गुण सारणी (Manifold table त्रिगुणी सारणी) :

ज्या सारणीत एकाच वेळी दोन पेक्षा जास्त गुण दर्शविलेले असतात त्या सारणीस बहु गुण सारणी असे म्हणतात. तथ्यांच्या तीन किंवा त्यापेक्षा अधिक गुणांच्या आधारे अशी सारणी तयार केली जाते. उदा. वय, लिंग आणि श्रेणीच्या आधारावर केलेली सारणी होय.

वय (वर्ष)	श्रेणी				एकूण
	वरिष्ठ		कनिष्ठ		
	पुरुष	महिला	पुरुष	महिला	
25 पेक्षा कमी	4	3	2	3	12
25-35	7	3	3	2	15
35-45	10	4	8	4	26

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

45-55	8	2	5	2	17
55 पेक्षा जास्त	3	1	1	1	6
एकूण	32	13	19	12	76

४) सामान्य उद्देशीय सारणी (General Purpose Table):

यालाच संदर्भ सारणी असेही म्हणतात. उपलब्ध असणारी सर्व माहिती या सारणीत समाविष्ट केल्याने विषयाचे ज्ञान मिळते. पण यात तुलनात्मक विवरण नसते आणि एकका संबंधीची माहिती पण प्राप्त होते.

५) विशिष्ट उद्देशीय सारणी (Specific Purpose Table) :

या सारणीत आवश्यकतेनुसार विशिष्ट वर्गवारी केली जाते व त्या आकडेवारीचा विशिष्ट दृष्टिकोनातून अभ्यास केला जातो त्यामूळे ही सारणी आकाराने लहान असते. शेकडेवारी सरासरी इ. काढण्यासाठी या सारणीचा उपयोग होतो.

६) आवृत्ती सारणी (Frequency Table):

ज्या सारणीत साधी किंवा खंडीत पदमाला वापरली जाते, तिला आवृत्ती सारणी म्हणतात. या सारणीचे दोन भाग पडतात. १. मूल्य २. आवृत्ती होय.

७)संचयी आवृत्ती सारणी (Cumulative Frequency Table):

यात प्रत्येक वर्गाची वर्गवारी ही जोडूनच दिलेली असते.

अशा प्रकारे सारणी द्वारे तथ्यांचे विश्लेषण करणे सोपे होते ते समजण्यास सोपे होते.

सारणीचे उपयोग:

१. सारणीवरून हवी असणारी माहिती अत्यंत जलद गतीने मिळविता येते.
२. प्रश्नावलीद्वारे जमविलेली माहिती अत्यंत दृढ पध्दतीने मांडणे सारणीमुळे सहज शक्य होते.
३. जास्तीत जास्त माहिती कमीत कमी जागेत बसविण्यासाठी सारणीचा उपयोग होतो.
४. सारणीच्या साहाय्याने तुलना करणे सहज शक्य होते.
५. सारणीतील आकडे लक्षात ठेवावयास सोपे जातात.
६. सारणीमूळे संपूर्ण चित्र डोळ्यासमोर उभे राहते. त्यामूळे असंबद्ध आकडे व चूकीचे आकडे चटकन लक्षात येतात.
७. सारणीवर सांख्यिकीय प्रक्रिया सहज करता येते. इत्यादी बाबींसाठी सारणीचा उपयोग होतो.

∴∴∴

आकृती व आलेखाद्वारे मांडणी

(Diagram and Graph)

जी माहिती ज्यांच्यासाठी संग्रहित केली व ज्या उद्देशाने संग्रहित केली ती माहिती संबंधिता पर्यंत पोहोचविली पाहिजे असा सर्वेक्षकाचा प्रयत्न असतो. एक अत्यंत सोपी व लक्षात राहण्यासाठी सोपी असलेली पद्धती म्हणजे सांख्यिकी आकृत्या व आलेख होत. सांख्यिकी माहितीचे विवेचन करण्याच्या विविध पद्धती आहेत. त्यापैकी जी योग्य आणि परिणामकारक आकृती वाटते ती स्वीकारली जाते. आकृत्या व आलेख यात फरक नाही. आलेख हे ग्राफ पेपरवर काढले जातात तर आकृती कोऱ्या कागदावर काढली जातात. आलेखात जास्तीची माहिती दाखविता येत नाही. प्रसिध्दी माध्यमात आकृत्यांचा उपयोग होतो. तर वारंवारिता विभाजन, कालमाला यांच्या मांडणीत आलेखाचाच उपयोग होतो.

आकृत्या व आलेखाचे महत्त्व (Importance of Diagrams and Graphs):

1. आकृत्यांच्या मदतीने संग्रहित केलेली माहिती एका दृष्टीक्षेपात येते त्यामुळे सांख्यिकीची माहिती समजण्यास सोपी होते. माहिती आकृत्या द्वारे किंवा आलेखाद्वारे व चित्राद्वारे मांडली तर ती अधिक वाचनीय आकलनीय व लक्षात ठेवण्यास सोपी होते. शब्दा पेक्षा चित्र अधिककाळ लक्षात राहतात.
2. आकृत्या मुळे माहिती लक्षात राहते
3. आकडेवारी डोळ्यांना आकर्षित करीत नाही पण आकृत्या किंवा चित्रे मात्र डोळ्यांना आकर्षित करतात.
4. आकृत्यांच्या मदतीने माहितीची तुलना करणे शक्य असते
5. एवढेच नाही तर आकृत्या मधून दडलेली माहिती, सहसंबंध, विश्लेषणात्मक चिंतन शक्य होते.

सांख्यिकी आकृत्या काढताना पाळावयाचे सर्वसाधारण नियम:

1. काढलेल्या प्रत्येक आकृतीला तिच्यातील माहितीला अनुसरून योग्य शीर्षक असावे. देण्यात येणारे शीर्षक त्रोटक व अर्थपूर्ण असावे.
2. आकृती काढताना योग्य लांबी रुंदी असावी याचा अर्थ कागदाला अनुसरून चित्र असावे.

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

3. आकृत्या काढताना अक्षावर मोजमाप किंवा प्रमाण दाखवावयाचे असते.
4. आकृतीला जर काही तळटीपा घावयाच्या असतील तर त्या आकृत्यांच्या खालच्या बाजूला असाव्यात
5. उपयोगात आणलेल्या रंगांचा रेषांचा किंवा प्रमाणाचा अर्थ किंवा विवेचन आकृतीच्या वरच्या बाजूला असावे.
6. आकृती अत्यंत साधी असावी ज्यामुळे वाचकाला ती सहज समजेल.
7. थोडक्यात आकृत्या किंवा आलेख अतिशय स्वच्छ व स्पष्ट असावेत.

ज्याप्रमाणे कालमाला आलेखाच्या सहाय्याने दाखविल्या जावू शकतात त्या प्रमाणे वारंवारितेवर अधारीत मालिकाही आलेखाद्वारे दाखविता येतात.

आकृत्यांचे प्रकार (Types of Diagrams):

आकृत्यांचे अनेक प्रकार आहेत ते खालीलप्रमाणे सांगता येतील

1. दंडाकृती (Bar Diagram)
2. आयताकृती (Rectangular Diagram)
3. चौरसाकृती (Square Diagram)
4. वर्तुळाकृती (Circle Diagram)
5. त्रिभुजाकृती (Three-Dimensional Diagram)
6. चित्राद्वारे माहिती (Pictureograms)

1.दंडाकृती (एकभुजाकृती) Bar Diagram:-

दंड म्हणजे आडव्या-उभ्या रेषांनी तयार झालेली आकृती होय. दंडाकृतीतील दंडाच्या उंचीला अर्थ असतो, रुंदीला अर्थ नसतो. म्हणून यांना एकभुजाकृती असेही म्हणतात. दंडाची उंची हा तुलनेचा आधार असतो. खंडीत पदमाला प्रदर्शित करण्यासाठी प्रामुख्याने याचा उपयोग केला जातो. दंडाकृती ही सर्वमान्य आकृती आहे.

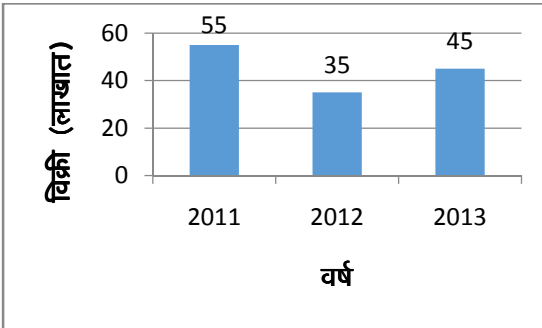
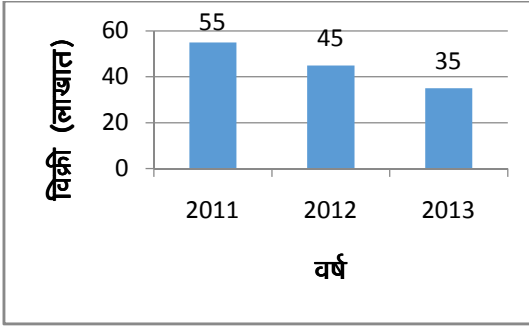
दंडाकृतीचे महत्त्व:

1. ज्या व्यक्तीचा आकृत्यांचीशी फारसा संबंध नसतो त्यांना सुद्धा दंडाकृती समजते.
2. दंडाकृती जशी समजण्यास सोपी असते तशीच ती काढण्यासही सोपी असते.

3. भिन्न घटकांची तुलना करण्यासाठी दंडाकृतीचा उपयोग होतो.
4. खंडीत पदमाला प्रदर्शित करण्यासाठी दंडाचा प्रामुख्याने उपयोग केला जातो.

दंडाकृती काढताना घ्यावयाची काळजी:

1. एका आकृतीतील सर्व दंडांची रुंदी सारखी असावी.
2. दोन भिन्न दंडातील अंतर सर्वत्र सारखे असावे.
3. शक्यतो दंडाकृती लंबाकृती असावी.
4. संबंधित माहितीचा दंड काढल्यानंतर त्या दंडाच्या डोक्यावर त्या दंडाद्वारे दाखविलेले मूल्य लिहावे, त्यामुळे वाचकाला दंडाचे निश्चित मूल्य लक्षात येते.
५. दंड आकर्षक होण्यासाठी रंगांचा उपयोग करावा.
६. दंडाकृतीसाठी वापरलेले मापक किंवा प्रमाण लिहावे. जसे, १ से.मी. १० रु.



लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

दंडाकृती चे प्रकार (Types of Bar Diagram):

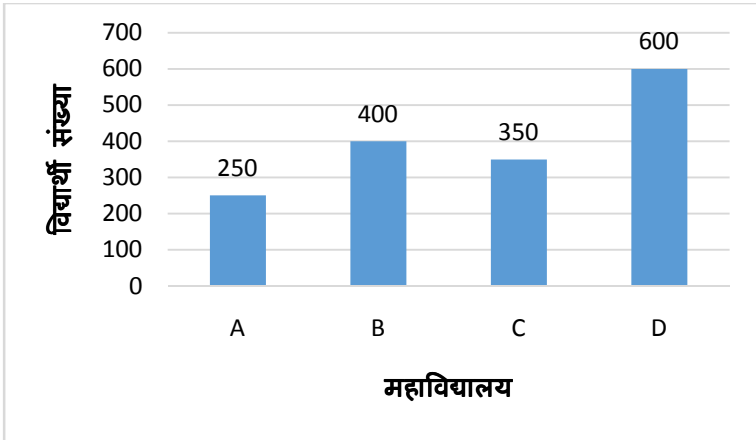
1. साधी दंडाकृती (Simple Bar Diagram)
2. विभाजित दंडाकृती (Sub Divided Bar Diagram)
3. बहु दंडाकृती (Multiple Bar Diagram)
4. प्रमाण दंडाकृती (Percentage Bar Diagram)
5. विचलन दंडाकृती (Deviation Bar Diagram)

1. साधी दंडाकृती :

जेव्हा आपणास आकृतीत एकच चला ची माहिती दर्शवा वयाची असते तेव्हा साधी दंडाकृती काढली जाते. दंडाकृती दंडाची उंची चला च्या मूल्यानुसार बदलते पण रुंदी मात्र तीच राहते. यात फक्त एकाच गुणधर्माचा विचार करता येतो. वेगवेगळ्या घटकातील सहसंबंध लक्षात होण्यासाठी याचा उपयोग होतो. रेषांना आवश्यक ती जाडी असते. आकृती अधिक आकर्षित दिसते.

महाविद्यालय	विद्यार्थी संख्या
A	250
B	400
C	350
D	600

प्रमाण १ सेमी = १०० विद्यार्थी

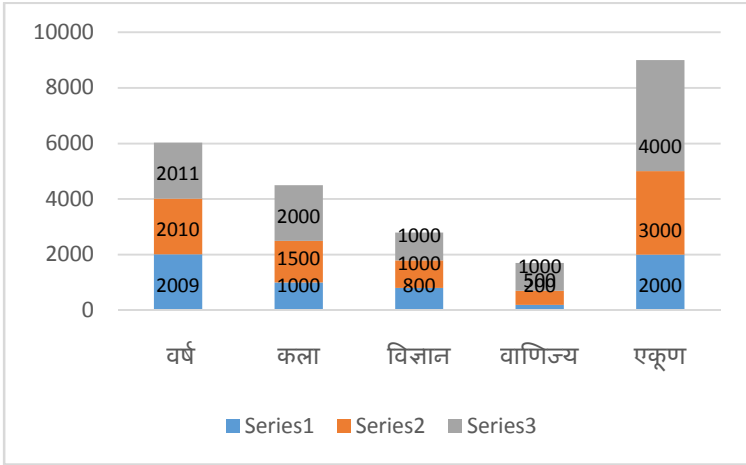


2. विभाजित दंडाकृती :

समजा जर आपणास भिन्न महाविद्यालयातील विद्यार्थ्यांचे विभाजन शाखा नुसार (कला, विज्ञान व वाणिज्य) दाखवावयाचे असेल तर विभाजित दंडाकृतीचा आधार घ्यावा लागतो. विभाजित दंडाकृतीत प्रथम एकूण संख्येचा दंड काढला जातो व तो गुणधर्मानुसार विविध भागात विभागला जातो. प्रत्येक विभागाची माहिती वेगळ्या रंगानी किंवा रेषांनी दाखविली जाते. हे तथ्ये आणि त्यांचे अंतर्गत विभाग स्पष्ट करण्यासाठी दंडाकृती तयार केली जाते. निरनिराळ्या दंडातील सारख्या विभागांसाठी सारख्या रंगाचा / डिजाईनचा उपयोग करून त्यांचीच नोंद चित्राच्या बाजूस संकेताच्या स्वरूपात केली जाते. दंड हा फार प्रकारात विभागू नये नाहीतर गुंतागुंती वाढते.

वर्ष	कला	विज्ञान	वाणिज्य	एकूण
2009	1000	800	200	2000
2010	1500	1000	500	3000
2011	2000	1000	1000	4000

प्रमाण १ सेमी = ५०० विद्यार्थी



2. बहु दंडाकृती :

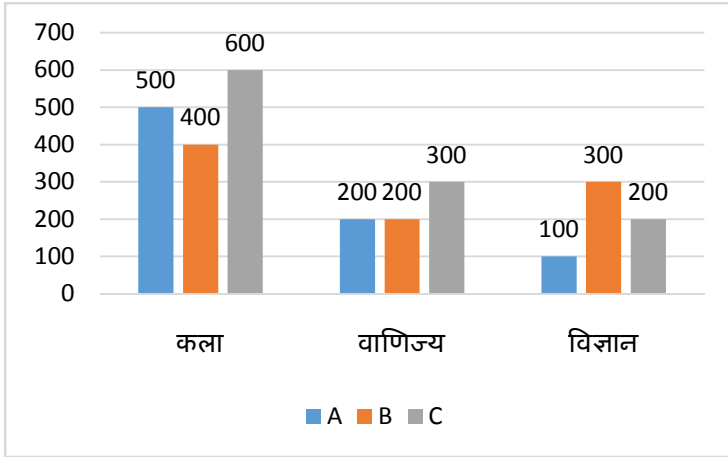
ज्या आकृतीमध्ये दोन किंवा दोनपेक्षा अधिक दंड परस्परांना जोडून जेव्हा काढले जातात तेव्हा त्या आकृतीस बहु दंडाकृती म्हणतात. ज्यावेळी एकाच चित्रात दोन किंवा अधिक श्रेणी संबंधी माहिती प्रस्तुत करावयाची असते त्यावेळी बहुदंड चित्राचा उपयोग करतात. दंडाची उंची हा एक तुलनेचा आधार असतो. ही दंडाकृती काढण्याचे

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

तत्व साध्या दंडाकृती प्रमाणेच आहे. ह्या आकृतीत एकाच वेळी भिन्न गुणधर्माची माहिती दर्शविलेली असते. जेव्हा आपणास विविध चलांची तुलना करावयाची असते तेव्हा बहु दंडाकृती उपयोगी पडते. थोडक्यात ज्या आकृतीला खुप बाजू असतात त्याला बहुभूज म्हणतात.

महाविद्यालय	कला	वाणिज्य	विज्ञान
A	500	200	100
B	400	200	300
C	600	300	200

प्रमाण १ सेमी. = १०० विद्यार्थी



3. प्रमाण दंडाकृती :

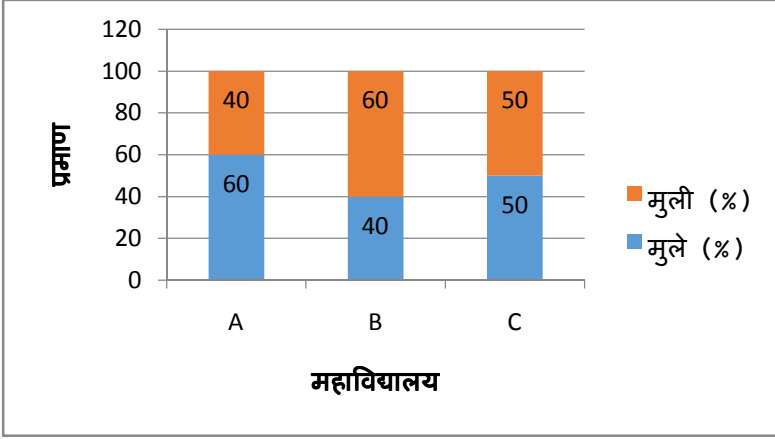
प्रमाण दंडाकृतीत प्रथम माहितीचे प्रमाण काढले जाते व ते प्रमाण दंडाकृती मध्ये दर्शविले जाते. आकृतीचे वैशिष्ट्य म्हणजे सर्व दंडाची उंची सारखी असते कारण ती शंभर टक्के प्रमाण दर्शविते. त्यानंतर तो दंड मूल्याच्या प्रमाणानुसार विभागला जातो.

हे दंड साधारणपणे आधार रेषेच्या एकाच बाजूस काढले जातात. विरोधी माहिती मात्र आधार रेषेच्या दुसऱ्या बाजूस करतात.

महाविद्यालय	मुले	मुली	एकूण
A	600	400	1000
B	800	1200	2000
C	750	750	1500

प्रथम दिलेल्या माहितीचे प्रमाण काढू ते खालील प्रमाणे-

महाविद्यालय	मुले (%)	मुली (%)	एकूण (%)
A	60	40	100
B	40	60	100
C	50	50	100



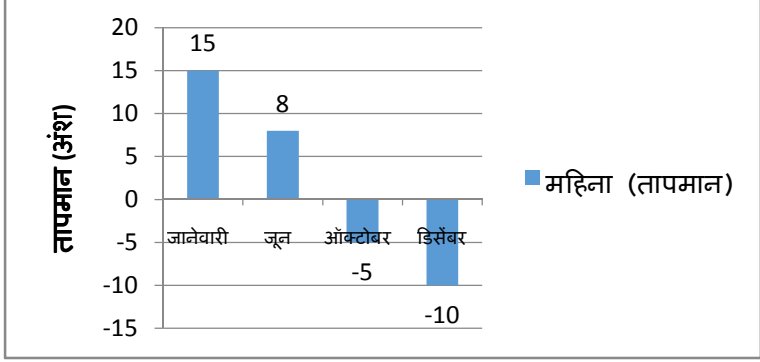
3. विचलित दंडाकृती :

निरनिराळ्या पदमूल्यातील अंतराला विचलन म्हणतात. विचलन धनात्मक किंवा ऋणात्मक असू शकते. यात वास्तविक मूल्यातील विचलने दाखविली जातात.

जेव्हा परस्परविरुद्ध माहिती आकृतीच्या मदतीने दर्शविली जाते त्या आकृतीस विचलित दंडाकृती म्हणतात. विचलित दंडाकृती मध्ये धन मूल्ये मध्यरेषेच्या वरच्या बाजूला आणि ऋण मूल्ये मध्ये रेषेच्या खालच्या बाजूला दर्शविले जातात.

महिना (तापमान)	अंश
जानेवारी	15
जून	8
ऑक्टोबर	-5
डिसेंबर	-10

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर



द्विभुजाकृती:

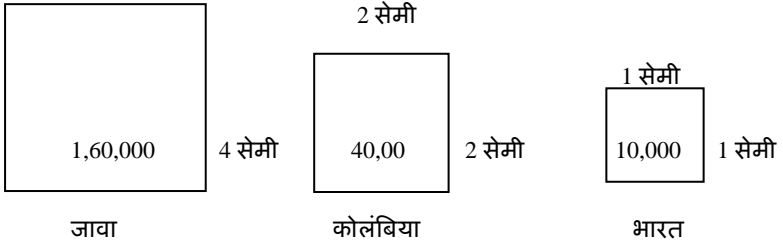
दोन किंवा अधिक गुणांचे एकाच वेळी प्रदर्शन करण्यासाठी आयत चित्राचा उपयोग करतात. आयतातील क्षेत्रफळाच्या आधारे तथ्यांची तुलना केली जाते.

2) **आयताकृती** : ही आकृती त्यावेळी काढली जाते जेव्हा एखाद्या घटकांचे मूल्य त्याच्या लांबी \times रुंदी बरोबर असते. उदा. प्लॉटचे क्षेत्रफळ = लांबी \times रुंदी असते. त्यांना क्षेत्रफळ चित्र सुध्दा म्हणतात.



3) **चौरसाकृती** : या आकृतीचे वैशिष्ट्य असे की यातील दोन्ही बाजू म्हणजे लांबी आणि रुंदी सारखी असते, या पद्धतीत एकूण मूल्याचे वर्गमूल काढले जाते व त्या वर्गमूलाचा विचार करून लांबी-रुंदीचे मापक ठरविले जाते.

4 सेमी



वर्तुळाकृती (Pie diagram):

साधारण वर्तुळ चित्रात ज्यावेळी प्रत्येक माहितीसाठी स्वतंत्र वृत्त बनवावयाचे असते त्यावेळी समकावर वर्ग (चौरस) चित्राप्रमाणेच प्रक्रिया केली जाते.

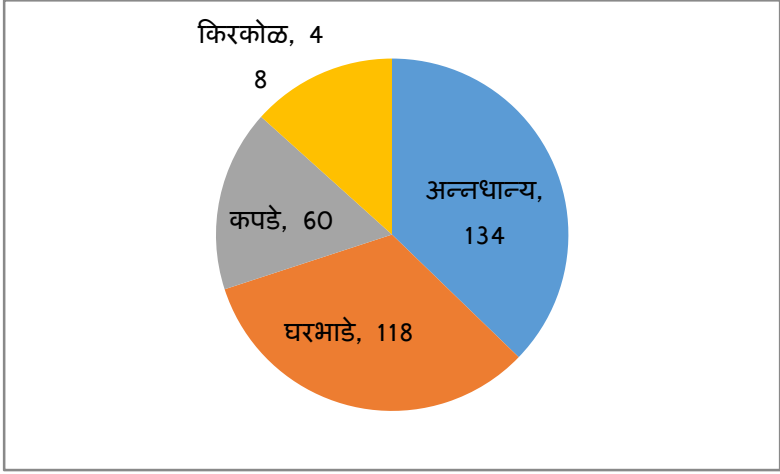
व्यवहारात गोलाकृतीचा उपयोग अनेक प्रश्नांच्या मांडणीसाठी केला जातो. एखाद्या व्यक्तीचे एकूण उत्पन्न, अन्नधान्य, घरभाडे, कपडे, शिक्षण व औषधी इत्यादींवर खर्च होतो. त्याचा हा विविध घटकांवरील खर्च गोलाकृतीच्या मदतीने स्पष्ट करता येतो. उदाहरणार्थ एखाद्या देशाच्या लोकसंख्येचे विभाजन दाखविताना या आकृतीचा उपयोग होतो. कागदाला शोभेल असा गोल काढून कोनमापकाच्या साहाय्याने ३६०° अशाचे घटकाच्या अंशानुसार विभाजन करावे आणि प्रत्येक घटकाला वेगवेगळा रंग दयावा. साधारण पणे विदेशी व्यापार, उत्पादन, उत्पन्न, खर्च इ. माहिती प्रस्तुत करण्यासाठी वर्तुळाचा उपभोग करतात.

ज्यावेळी उपलब्ध असणाऱ्या समकाचे विविध उपविभाग एकाच वृत्तात दाखवावयाचे असतात. त्यावेळी कोणिक चित्राचा उपयोग केला जातो. एक वृत्तातील सर्व कोणांची बेरीज ३६०° असते. यासाठी टक्केवारी प्रतिशत काढले जाते. यासाठी खालील सूत्राचा वापर केला जातो.

$$\% \times \frac{360^\circ}{100}$$

खर्च	रुपये	अंश (कोन)
अन्नधान्य	400	134
घरभाडे	300	118
कपडे	200	60
किरकोळ	100	48
	1000	360

$$\frac{360^\circ \times 40}{100} = 144^\circ$$



5) चित्राद्वारे प्रदर्शन : चित्राद्वारे प्रदर्शनात संबंधित विषयांची चित्रे काढून माहितीचे प्रदर्शन केले जाते. उदा. सुखी कुटुंब ही संकल्पना स्पष्ट करताना एखादा शेतकरी व त्याची पत्नी चालत असताना, दोन हातात दोन मुले, सोबत असलेले दाखविली जातात. चित्राचे उपयोग मोटर वाहन परिवहन नियंत्रण कक्षात मोठ्या प्रमाणावर केला जातो.

स्वच्छता मिशन साठीचे चित्र. किंवा कोरोना आजारावरील चित्र असे चित्र बोलके असतात. यापध्दतीत सांख्यिकीय तथ्यांचे प्रदर्शन चित्रांच्या माध्यमातून केले जाते. चित्रे समजण्यास अत्यंत मनमोहक असतात. परंतू याचे कौशल्य प्रत्येकाकडे नसते. तसेच सामाजिक संशोधनात मानचित्रांचा विशेष उपयोग केला जातो. विषयाचे स्वरूप समजण्यासाठी व विभिन्न तथ्यांचे वितरण दाखविण्यासाठी मानचित्र उपयुक्त असतात.

1. माहितीचे स्वरूप काय आहे व ती कोणासमोर सादर करावयाची आहे त्यावरून चित्राचा प्रकार निवडावा लागतो.
2. एकूण घटकातील बदल किंवा स्वरूप स्पष्ट करताना साध्या दंडाकृतीचा उपयोग करावा.
3. जेव्हा एकाच वेळी विविध गुणांचे विवेचन करावयाचे असते तेव्हा बहुदंडाकृती अधिक उपयोगी ठरते.
4. जेव्हा तौलनिक किंवा सापेक्ष अभ्यास महत्त्वाचा असतो तेव्हा प्रमाण दंडाकृतीचा उपयोग करावा लागतो.

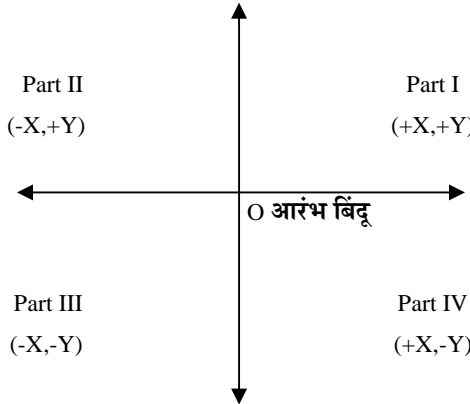
- एकाच वेळी परस्पर विरोधी चलाचे विवेचन करावयाचे असते तेव्हा विचलन दंडाकृती उपयोगी ठरते.
- एकाच वेळी संपूर्ण माहिती दृष्टिक्षेपात आणण्यासाठी वर्तुळाकृती चा उपयोग केला जातो.

आलेख (Graphs)

दोन किंवा अधिक गुणांचा तुलनात्मक अभ्यास करण्यासाठी चित्रांचा उपयोग करता येतो परंतु दोन निरनिराळ्या चलांचा अभ्यास करण्यासाठी चित्र निरुपयोगी ठरतात अशा स्थितीत फक्त आलेखाचाच उपयोग करता येतो.

आलेखातील महत्त्वाची बाब म्हणजे अक्ष होत. दोन सरळ रेषा जेव्हा परस्परांना काटकोनात छेदतात, त्यांना अक्ष म्हणतात. हे अक्ष परस्परांना ज्या बिंदूत छेदतात त्या बिंदूला मूळ किंवा उगम किंवा प्रारंभबिंदू (Original Point) किंवा शून्य बिंदू असेही म्हणतात. सर्वसाधारणपणे क्षितिज समांतर रेषा रेषेला X अक्ष तर लंबाकृती अक्षला Y अक्ष म्हणतात.

पूर्ण शुध्दतेच्या उद्दिष्टांची पूर्तता करण्यासाठी आलेखिय प्रस्तुतीकरणावर भर दिला जातो. तसेच तथ्यांमध्ये होणाऱ्या परिवर्तनांच्या वास्तविक दिशा गती आणि तथ्यांचे तुलनात्मक महत्व आलेखाद्वारे स्पष्टपणे प्रस्तुत करता येते. प्रा. हबर्ड यांच्या मते, व्यवस्थापक, राजनितीज्ञ, अभियांत्रिक इत्यादींसाठी आलेख हे प्रेरणा संकेत आहे. हे गणित, संख्याशास्त्र व प्राणीशास्त्र इत्यादींसाठी उपयुक्त साधनाचे काम करतात.



लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

बिंदुरेखीय चित्र विशिष्ट प्रकारच्या आलेख कागदावर काढले जाते या कागदावर विंदुच्या सहाय्याने विविध वक्र आणि रेषा दाखविल्या जातात. या साठी X व Y अक्ष काढले जाते.

Part I (+, +), Part II (-, +), Part III(-, -) आणि Part IV हा (+, -) असतो.

सर्वसाधारणपणे दिलेल्या माहितीतील X अक्षवर स्वतंत्र चल (Independent Variable) तर Y अक्षवर विसंबित चल (Dependent Variable) लक्षात घेतले जाते. X आणि Y वरील चलात होणार्या बदलाचे प्रमाण जेव्हा स्थिर (Constant) असते तेव्हा वक्र सरळ असतो, याउलट यांच्यातील प्रमाण जेव्हा बदलणारे असते म्हणजे स्थिर नसते, तेव्हा वक्र वक्र स्वरूपात असतो.

आलेख कागदावर प्रदर्शित करताना उच्चतम व निम्नतम संख्या लक्षात घेऊनच मापनाचे निर्धारण केले पाहिजे. दिवस, महिने, वर्षे या सारख्या काळाशी संबंधीत संख्या आडव्या X रेषेवर तर त्यांच्या मापनाच्या संख्या उभ्या Y रेषेवर दाखविल्या जातात. X व Y अक्षावर दाखविलेल्या मापाचे पारस्परिक प्रमाण राहिले पाहिजे.

वारंवारिता विभाजन आलेख (Graphs of Frequency Distribution):

1. आयता चित्र (Histogram)
2. वारंवारता बहुभुज (Frequency Polygon)
3. वारंवारिता वक्र (Frequency Curve)
4. संचित वारंवारिता वक्र (Cumulative Frequency Curve of Ogive)

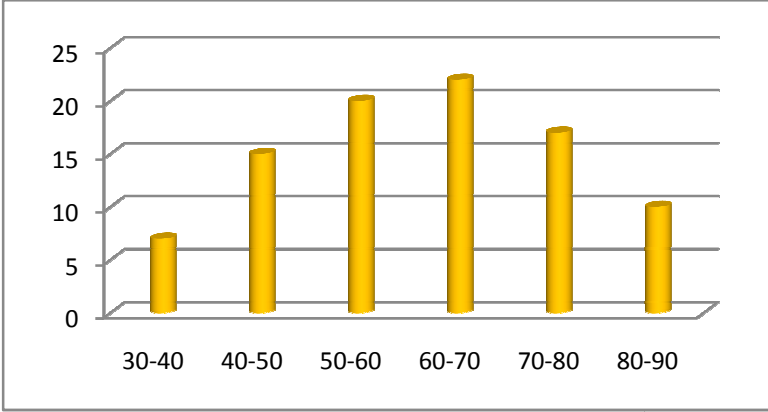
1. आयता चित्र (Histogram) :

आलेखाच्या मदतीने वारंवारिता विभाजन प्रदर्शित करण्याच्या विविध पद्धती आहेत. त्यापैकी आयता चित्र ही एक अत्यंत सोपी व सर्वत्र उपयोगात येणारी पद्धती आहे. आयता चित्रात वारंवारितेचे विविध उभे दंड काढले जातात हे एकूण वारंवारितेच्या प्रमाण एवढे क्षेत्रफळ व्यापतात. आयताचित्र काढताना सर्वसाधारणपणे OX अक्षावर चला चे मूल्य तर OY अक्षावर वारंवारिता मोजली जाते.

आयता चित्र आणि दंडाकृतीमध्ये जो महत्वाचा फरक असतो तो असा की दंडा आकृतीतील दंडाच्या उंचीला अर्थ असतो, रुंदीला नसतो. याउलट आयता चित्रात त्याच्या उंचीला अर्थ असतो तसाच त्याच्या रुंदीला अर्थ असतो.

याठिकाणी गटातील OX अक्षावरील अंतर कायम ठेवले जाते. दंडाची उंची हीच त्याची वारंवारिता असते. थोडक्यात गटातील अंतर व त्याची वारंवारिता लक्षात घेऊन दंड काढले जातात. या आकृतीलाच आयता चित्र म्हणतात.

30-40	7
40-50	15
50-60	20
60-70	22
70-80	17
80-90	10



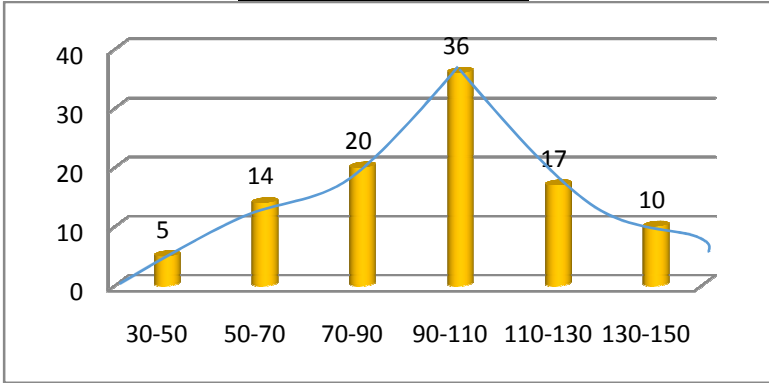
2. (Frequency Polygon):

वारंवारिता चित्रातील दंडाच्या वरील सर्व बाजूंच्या मध्य बिंदूना जोडल्यामुळे तयार होणाऱ्या वक्राला वारंवारिता बहुभुज असे म्हणतात. Polygon म्हणजे angles कोन होय.

(Histogram)

भूयिष्टक माहित करून घेण्यासाठी वारंवारता बहूभूज काढतात. बहूभूजाच्या उच्चतम बिंदूपासून भूजाक्षावर लंब टाकून भूयिष्टकाचे मूल्य काढले जाते.

30-50	5
50-70	14
70-90	20
90-110	36
110-130	17
130-150	10



सर्व बिंदू एकाच रेषेने जोडल्यावर जो वक्र प्राप्त होतो त्यालाच बहूभूज म्हणतात. पण हा वक्र मात्र open and end पदमालेत काढता येत नाही.

3. (Cumulative Frequency Curve):

वारंवारता वक्र आणि संचयी वारंवारता वक्र यातील मुल्य फरक हा की वारंवारता वक्रात प्रत्येक गटाची वारंवारता दाखविली जाते तर संचयी वारंवारता वक्रात प्रत्येक गटाची संचयी वारेवारता दाखविली जाते.

दुसऱ्या

दुसऱ्याच्या

तिसऱ्या

सांख्यिकीय पद्धती

होय. अशाप्रकारे संचित वारंवारिता लक्षात घेऊन काढलेल्या वक्रास संचित वारंवारिता वक्र किंवा Ogive म्हणतात.

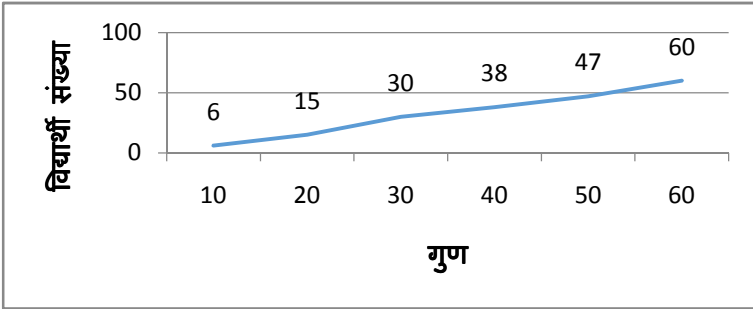
संचित वारंवारिता वक्र दोन पद्धतीने काढला जातो.

1. च्या पेक्षा कमी पद्धत (Less Than Method)
2. च्या पेक्षा जास्त पद्धत (More than Method)

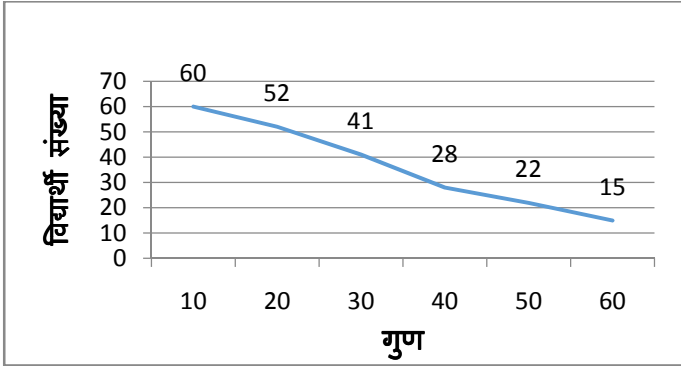
1. च्या पेक्षा कमी पद्धतीत पहिल्या गटाच्या मूल्यात दुसऱ्या गटाच्या मूल्याची वारंवारिता मिळविली जाते व त्यानंतरच्या गटाची वारंवारिता एकत्र केली जाते. तेव्हा शेवटच्या गटाच्या मूल्याची संचित वारंवारिता म्हणजेच एकूण घटकांची संख्या असते.
2. च्या पेक्षा जास्त पद्धतीत प्रथम च्या पेक्षा जास्त मूल्याची वारंवारिता तयार केली जाते व त्यानुसार बिंदू काढले जातात व हे सर्व बिंदू एकाच वक्रच्या साह्याने जोडले जातात.

संचित वारंवारिता विभाजन

Less Than पेक्षा कमी	संचित वारंवारिता	More Than पेक्षा जास्त	संचित वारंवारिता
10	6	10	60
20	15	20	52
30	30	30	41
40	38	40	28
50	47	50	22
60	60	60	15



लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर



च्या पेक्षा कमी वारंवारितेचा वक्र सातत्याने वरवर सरकणारा असतो तर च्या पेक्षा जास्तीच्या वारंवारितेचा वक्र सातत्याने घटणारा असतो. पण आकृत्यांवर दर्शविलेली मूल्य ही निश्चित नसतात या आलेखा द्वारे फक्त मर्यादित माहितीचे विवेचनच करता येते. आकृतीत फक्त संख्यात्मक विवेचन करता येते. गुणात्मक विश्लेषण करता येत नाही. गा

.....

मध्यवर्ती मूल्याचे मोजमाप

तथ्यांचे वर्गीकरण व सारणीयन केल्यानंतर पण त्यांची अधिक संक्षिप्त रूपात मांडणी करावी लागते. तथ्यांच्या श्रेणींचे योग्य प्रतिनिधित्व करू शकणारी संख्या निश्चित करावी लागते. यामुळे तुलनात्मकअध्ययन करणे सुलभ जाते. अशा संखेलाच केंद्रीय प्रवृत्ती असे म्हणतात. थोडक्यात यांवर गणितीय सोपस्कार करावे लागतात. थोडक्यात एवढा मोठा तक्ता लक्षात ठेवण्या ऐवजी एखादी संख्या लक्षात ठेवणे सहज शक्य असते. हि संख्या पुढील उद्देशासाठी शोधावयाची असते.

१. मालिकेचा आकार घटविण्यासाठी
२. तुलना करण्यासाठी
३. पुढील सांख्यिकीय प्रक्रियांसाठी
४. कोणतीही माहिती चांगल्या प्रकारे समजण्यासाठी

सांख्यिकी विश्लेषणाचा महत्त्वाचा उद्देश म्हणजे संग्रहित केलेल्या माहितीच्या मदतीने अशी एखादी संख्या शोधणे की जी संपूर्ण माहिती च्या गुणधर्माचे विवेचन करते. अशा अनेकविध संख्यांचे प्रतिनिधित्व करणाऱ्या संख्येस सरासरी म्हणतात. वितरणातील सर्वसामान्य मूल्य किंवा प्रातिनिधिक संख्या म्हणजे सरासरी (Average) होय.

सरासरी ही संख्या संपूर्ण आकडेवारीचे प्रतिनिधित्व करते. म्हणजे ती दिलेल्या संख्येतील मोठे मूल्य आणि लहान मूल्य यांच्या मध्यभागी असते, म्हणून सरासरीच्या मूल्य ला मोजमापातील मध्यवर्ती मूल्य असे म्हणतात.

जे मूल्य आपल्या गटाच्या योग्यतेचे संक्षिप्त रूपात एका संख्येच्या स्वरूपात प्रतिनिधित्व करते. त्याला केंद्रीय प्रवृत्तीचे माप असे म्हणतात. या केंद्रीय मूल्यास सांखिकीच्या भाषेत सांख्यिकीय सरासरी म्हणतात. केंद्रीय प्रवृत्तीचे मोजमाप म्हणजे सरासरी / माध्य होय.

सरासरीचे उद्देश:

संपूर्ण आकडेवारीचे प्रतिनिधित्व करणारी एखादी संख्या शोधणे हा सरासरीचा उद्देश असतो.

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

तुलना करण्यासाठी:

मोठ्या प्रमाणात संग्रहित केलेल्या आकडेवारीच्या मदतीने काढलेल्या मध्यवर्ती मूल्याच्या मदतीने तुलना करणे सोयीचे होते. ही तुलना विशिष्ट काळानुसार विशिष्ट वेळेला असू शकते. तुलनेमुळे उत्पन्नात वाढ होत आहे किंवा घट होत आहे याची कल्पना येते, तसेच होणारा बदल का होत आहे याची कारणमीमांसा करता येते. मध्यवर्ती मूल्यांच्या मदतीने कारणाचा शोध घेता येतो.

चांगल्या सरासरीचे गुण:

1. सरासरी ही समजण्यास सोपी असावी.
2. सरासरी मूल्य काढण्यास सोपे असावे.
3. सरासरी चे मूल्य संपूर्ण संख्यांवर आधारित असावे.
4. फार मोठ्या किंवा फार लहान संख्यांनी सरासरी प्रभावित होणारी नसावी.
5. सरासरी चे उत्तर निश्चित असावे.
6. सरासरीवर अनेक प्रक्रिया करता आल्या पाहिजेत.
7. सरासरी मूल्यात नमुना स्थिरता असावी.
8. त्यांची व्याख्या स्पष्ट असावी.
9. सर्व समूहातील आकडे एकजीव असावेत. म्हणजेच त्यांच्यात स्थैर्य ही असावे.

सरासरीचे प्रकार:

1. मध्य (समांतर मध्य) माध्य (Mean) (a) साधे माध्य (b) भारांकित माध्य
2. मध्यका (Median)
3. बहुलक (Mode)
4. भौमितिक मध्य (Geometric Mean)
5. संवादी मध्य (Harmonic Mean)
6. याशिवाय चल मध्य, प्रगतीशील मध्य व समीकरण माध्य असे सरासरीचे अनेक प्रकार आहेत.

1. मध्य (समांतर मध्य) (Mean):

मध्य म्हणजेच सरासरी होय.

अनेकविध संख्यांचे प्रतिनिधित्व करणार्या एकट्या संख्येस सरसरी किंवा मध्य म्हणतात. मध्याचे मूल्य काढताना संग्रहित माहितीतील सर्व मूल्यांची बेरीज करून त्या संख्येला एकूण घटकांच्या संख्येने भागाकार केला जातो.

$$\text{मध्य} = \frac{\text{एकूण मूल्य}}{\text{एकूण घटक}} = \bar{X} / a = \frac{\sum x}{N}$$

मध्य काढण्याची पद्धती :

साध्या पदमालेत:

साधी पदमाला म्हणजे जेथे संख्यांची पुनरावृत्ती नसते. अशा पुनरावृत्ती नसणाऱ्या संख्या जेव्हा चढत्या अगर उतरत्या क्रमाने जेव्हा मांडल्या जातात, तेव्हा ती साधी पदमाला असते.

मध्य काढण्याच्या दोन पद्धती: (i) दीर्घ पद्धती (ii) लघु पद्धती

(i) **दीर्घ पद्धती:** संग्रहित केलेल्या आकडेवारीची बेरीज केली जाते व त्या बेरजेला एकूण घटकांच्या संख्येने भागाकार केला जातो हेच सूत्राच्या भाषेत खालील प्रमाणे लिहिले जाते. हे सर्वात प्रचलित आहे. बेरीज करण्यासाठी Σ हे चिन्ह वापरले जाते. ज्या संख्यांची बेरीज करायची आहे त्या पुढे हे चिन्ह वापरतात.

$$a \quad \text{किंवा} \quad \bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + \dots + X_n}{N}$$

$$\bar{X} = X \text{ bar असे वाचावे}$$

$$\text{किंवा} \quad a = \frac{\sum x}{N}$$

$$\Sigma = \text{सिगमा किंवा समेशन वाचणे}$$

यातील a किंवा \bar{X} = मध्य

$$\sum x = \text{चलाच्या मूल्य ची बेरीज}$$

N = अवलोकनाची एकूण संख्या

वरील सूत्राच्या नुसार X या अवलोकनाची बेरीज करून त्याला अवलोकनाच्या एकूण संख्येने भागाकार केल्यावर समांतर माध्य मिळते. मध्य हे विस्तृत तथ्यांचे अत्यल्प स्वरूप आहे. ते ज्या गटाचे प्रतिनिधीत्व करते त्या गटाचे संपूर्ण वर्णन करणे व इतर गटांशी तुलना करणे हा माध्यांचा मुख्य उद्देश आहे. सामग्रीचे एकंदर सार म्हणजेच माध्य होय.

माध्यांचा उद्देश:

१. संख्येच्या श्रेणींचे संक्षिप्तीकरण करणे.
२. माध्याद्वारे तुलना करणे.
३. परस्पर संबंध निश्चित करणे.
४. विश्लेषणासाठी सुलभता निर्माण करणे.
५. नमुना पद्धतीचा उपयोग करण्यासाठी.

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

Q. खालील माहितीच्या आधारे समांतर मध्य माहित करा.

विद्यार्थी क्रम	गुण
1	10
2	15
3	22
4	26
5	32
6	35
7	38
8	40
9	44
N = 9	$\sum x = 262$

$$\text{मध्य (a)} = \frac{\sum x}{N} = \frac{262}{10} = 29$$

$$a = 29$$

(ii) लघुतरी पद्धती (Short Cut Method) :

या पद्धतीने साध्या पदमालेत मध्य काढताना खालील सूत्राचा उपयोग केला जातो. या पद्धतीत मोठ्या आकड्यांची बेरीज टाळता येते व त्यामुळे उत्तर बिनचूक राहते तसेच वेळ ही वाचते. म्हणूनच या पद्धतीचा वापर मोठ्या प्रमाणात केला जातो. आपण कोणताही आकडा गृहित धरू शकतो आणि येणारे उत्तर मात्र एकच येते. खरे माध्य व गृहित धरलेले माध्य एकच असेल तर $\sum dx = 0$ असते.

$$\text{मध्य (a)} = X + \frac{\sum dx}{N}$$

$$a = \text{मध्य}$$

$$X = \text{गृहीत मध्य / काल्पनिक मध्य (Assumed mean)}$$

$$\sum dx = \text{गृहीत मध्य पासूनच्या वीचलनाची त्याच्या चिन्हा नुसार केलेली बेरीज}$$

$$N = \text{एकूण अवलोकनाची संख्या}$$

$$dx = \text{Deviation for mean (x)}$$

उदाहरणार्थ - दिलेल्या माहितीचे मध्य लघुतरी पद्धतीने काढा.

X	dx (m-x)
10	-9
13	-6
15	-4
16	-3
(19)	0
21	2
25	6
28	9
30	11
N = 9	$\sum dx = 6$

$$\begin{aligned}
 a &= X + \frac{\sum dx}{N} \\
 &= 19 + \frac{6}{9} \\
 &= 19 + 0.66 \\
 \mathbf{a} &= \mathbf{19.66}
 \end{aligned}$$

कृती -

1. दिलेली माहिती प्रथम चढत्या क्रमाने लावा.
2. दिलेल्या मूल्य पैकी कोणतीही एक संख्या (उदा. 19) गृहीत मध्य म्हणून निवडली जाते. निवडलेली संख्या शक्यतो सर्वात लहान किंवा सर्वात मोठी नसावी, म्हणजेच ती मध्यभागाची असावी. निवडलेल्या संख्येला (उदा.19) गृहीत मध्य (X) म्हणतात.
3. निवडलेल्या गृहीत मध्यापासून दिलेल्या प्रत्येक संख्येचे विचलन, यालाच (dx) म्हणतात. गृहीत मध्यापासून चे विचलन = दिलेले मूल्य - गृहीत मध्य, $dx = x - \text{assumed mean}$ असतो. दिलेल्या संख्येपेक्षा गृहीत मध्य मोठे असेल तर dx चे उत्तर (-) ऋण येते. दिलेल्या संख्येपेक्षा गृहीत मध्य लहान असेल तर dx चे उत्तर (+) धन येते.
4. विचलनांची समान चिन्हांच्या संख्याची बेरीज करावी. तसेच धन व ऋण संख्येची बेरीज करून $\sum dx =$ जी संख्या असेल ती लिहावी.

(2) खंडित पदमालेत मध्य काढणे (Mean in Discrete Series):

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

ज्या मालेत मूल्य व त्यांची पुनरावृत्ती दर्शविणारी संख्या दिलेली असते. त्याला खंडित पदमाला म्हणतात. मूल्यांची पुनरावृत्ती दर्शविणार्या संख्येस वारंवारिता म्हणतात. मूल्याची त्यांच्या वारंवारितेसह केलेली मांडणी म्हणजे खंडित पदमाला होय. ज्या प्रमाणे साध्या मालिकेत आपण मध्य काढले तसेच यात काढले जाते.

१. प्रथम गृहित मध्य ठरवावे.
२. त्यानंतर गृहित मध्याला X मधून वजा करून dx काढावे.
३. आलेल्या dx चा वारंवारितेशी (f) गुणाकार करावा.
४. आलेला गुणाकार Fdx मध्ये लिहावा.
५. Fdx मधील ऋण व धन संख्यांची स्वतंत्र बेरीज करून मोठया संख्येतून छोटी संख्या वजा करावी व मोठया संख्येचे चिन्ह उत्तराला दयावे म्हणजेच $\sum fdx$ होय. त्यानंतर पूढील सूत्र ठेऊन गणित करावे. $\bar{x}/a = x + \frac{\sum fdx}{N}$

1. Calculate the mean from the following data.

खालील माहितीच्या आधारे समांतर मध्य काढा.

गुण	विद्यार्थी
11	4
12	7
13	9
14	12
15	10
16	8
17	6
18	5

x	f	X=25 dx (m-x)	fdx (f × dx)
11	4	-3	-12
12	7	-2	-14
13	9	-1	-9
14	12	0	0
15	10	1	10
16	8	2	16
17	6	3	18
18	5	4	20
	N = 61		$\sum fdx = 29$

$$\bar{x}/a = x + \frac{\sum fdx}{N}$$

$$= 14 + \frac{29}{61}$$

$$= 14 + 0.47$$

$$\bar{x}/a = 14.47$$

(3) संतत पदमालेत समांतर मध्य काढणे (Arithmetic Mean in Continuous Series):

या मालिकेत मूल्यांचे गट व त्यांची वारंवारिता दिलेली असते.

i) संतत पदमालेचे मध्य काढताना प्रथम मूल्याच्या गटाचे M.V. (Mid-Value) म्हणजे मध्यबिंदू काढावेत. ते काढताना गटातील लहान मूल्य+ मोठे मूल्य यांची बेरीज करून तिला 2 ने भागाकार करावा. सूत्रात सांगावयाचे म्हणजे -

$$M.V. = \frac{L_1 + L_2}{2}$$

जसे १० ते २० गटातील MV ची संख्या

$$M.V. = \frac{L_1 + L_2}{2} = \frac{10 + 20}{2} = \frac{30}{2} = 15 \text{ होय.}$$

F मधील सर्व संख्यांची बेरीज म्हणजेच N होय. MV मुळे संतत पदमालेचे खंडीत पदमालेत रूपांतर होते. त्यानंतर dx व Fdx काढावा. बरेचदा गणित सोपे व्हावे म्हणून dx चा i देखील काढला जातो. अशा वेळी dx मधील सर्व संख्यांना भाग जाणाऱ्या संख्येनेभागाकार करून dxi काढला जातो.dxi काढल्यावर त्यासंख्येचा F शी गुणाकार करून fdxi काढला जातो.i काढून गणित करत असूत तर पुढील सूत्र वापरावे.

$$\bar{x}/a = x + \frac{\sum f dxi}{N} \times i$$

ii) M.V. तील कोणतीहि संख्या गृहित मध्य म्हणून निवडावी.

उदाहरणार्थ:

1. Calculate the mean from the following data.

खालील माहितीच्या आधारे समांतर मध्य काढा / माहित करा.

x	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
f	6	9	12	10	7	5

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

x	f	MV	X=25 dx (m-x)	Fdx (f × dx)	
0-10	6	5	-20	-120	-210
10-20	9	15	-10	-90	
20-30	12	25	0	0	
30-40	10	35	10	100	390
40-50	7	45	20	140	
50-60	5	55	30	150	
	N = 49			$\Sigma fdx = 180$	

$$\bar{x}/a = x + \frac{\Sigma f dx}{N} = 25 + \frac{180}{49}$$

$$= 25 + 3.67$$

$$\bar{x}/a = \mathbf{28.67}$$

dxि काढूण पण गणित पुढील प्रमाणे करता येते.

x	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40
f	4	8	12	16	12	8	4

x	f	MV	X=22.5 dx (m-x)	i = 5 dxi	Fdxi (f × dxi)	
5-10	4	7.5	-15	-3	-12	-40
10-15	8	12.5	-10	-2	-16	
15-20	12	17.5	5	-1	-12	
20-25	16	22.5	0	0	0	40
25-30	12	27.5	5	1	12	
30-35	8	32.5	10	2	16	
35-40	4	37.5	15	3	12	
	N = 64				$\Sigma f dxi = 0$	

$$\bar{x}/a = x + \frac{\Sigma f dxi}{N} \times i$$

$$= 22.5 + \frac{0}{64} \times 5$$

$$= 22.5 + \frac{0}{64}$$

$$= 22.5 + 0$$

$$\underline{\underline{= 22.5}}$$

गुण (x) : 0-10 10-20 20-30 30-40 40-50 50-60

विद्यार्थी संख्या (f) : 5 4 10 3 2 1

(4) प्रारंभ-शेवट पदमालेत मध्य काढणे:

जेव्हा संतत पदमालेत वर्गांच्या गटात, गटातली प्रारंभीचे मूल्य किंवा शेवटचे मूल्य दिलेले नसते त्यास प्रारंभ-शेवट पदमाला म्हणतात. अशा पदमालेत मध्य काढताना आपणास न दिलेल्या मूल्याबद्दल एखादे मूल्य गृहीत धरावे लागते हे गृहीत धरण्यात येणारे मूल्य निश्चितच गटातील पूर्वीच्या किंवा नंतरच्या मूल्यावर आधारित असते.

उदाहरणार्थ –

गुण	विद्यार्थी संख्या
10 पेक्षा कमी	4
10-20	8
20-30	10
30-40	15
40-50	12
50 पेक्षा जास्त	7

वरील पदमालेच्या गटातील अंतर सर्वत्र सारखे म्हणजे 10 आहे, त्यामुळे 10 पेक्षा कमी म्हणजे ते मूल्य '0' असे गृहीत धरता येते. तसेच शेवटच्या गटात 50 पेक्षा जास्त म्हणजे 10 न जास्त 60 मूल्य गृहीत धरता येते कारण ते आधीच्या सर्व गटांतील अंतर 10 आहे म्हणून वरील गणित खालीलप्रमाणे मांडता येते.

x	m.v.	f	dx x = 25	dx i (10)	fdx i	-16
0-10	5	4	-20	-2	-8	
10-20	15	8	-10	-1	-8	
20-30	<u>25</u>	10	0	0	0	
30-40	35	15	10	1	15	
40-50	45	12	20	2	24	
50-60	55	7	30	3	21	
		N= 56			Σfdx i = 44	

$$\begin{aligned}
 a &= X + \frac{\sum f dx i}{N} \times i \\
 &= 25 + \frac{44}{56} \times \frac{10}{1} \\
 &= 25 + 0.785 \times 10
 \end{aligned}$$

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

$$= 25 + 7.85$$

$$a = 32.85$$

पदमालेतील सर्व गटातील अंतर लक्षात घेऊनच मूल्य लक्षात घ्यावे लागते.

उदाहरणार्थ :

x गुण	f वारंवारिता
10 पेक्षा कमी	5
10-30	8
30-60	10
60-100	7
50 पेक्षा जास्त	5

समांतर मध्याचे गणितीय गुणधर्म:

- i. निश्चित मध्यापासून घेतलेल्या विचलनाची बेरीज नेहमी 0 असते म्हणजेच $(X - \bar{X}) = 0$ किंवा $\Sigma(X - a) = 0$ असतो.
 $\Sigma dx / \Sigma f dx = 0$
जसे उदा.

x	X=30 dx (m-x)	
10	-20	-30
20	-10	
30	0	
40	10	30
50	20	
N=5	$\Sigma dx=0$	

$$\begin{aligned} a &= X + \frac{\Sigma dx}{N} \\ &= 30 + \frac{0}{5} \\ &= 30 + 0 \\ a &= 30 \end{aligned}$$

dx च्या धन व ऋण विचलनाची बेरीज सारखी असते त्यामूळे x पासूनच्या विचलनाची बेरीज 0 असते कारण ते (actual) निश्चित मध्यापासून विचलने घेतलेली आहेत.

- ii. निश्चित (actual) मध्यापासून घेतलेल्या विचलनाच्या वर्गाची बेरीज इतर कोणतेही मूल्यापासून घेतलेल्या विचलनाच्या वर्गाच्या बेरजेचे

पेक्षा कमी असते. Fथोडक्यात समांतर माध्यापासून काढलेले $\sum dx^2$ कमीत कमी राहते.

iii. तिसरा गुणधर्म म्हणजे, $\bar{X} = \frac{\sum x}{N} \therefore N \cdot \bar{X} = \sum x$ असतो.

याचा अर्थ अवलोकनाच्या संख्येला मध्यानी गुणाकार केला असता त्या गुणाकाराचे मूल्य हे अवलोकनाच्या मूल्याच्या बेरजेबरोबर असते.

iv. जर आपणास दोन किंवा दोनपेक्षा अधिक गटांचे मध्य व अवलोकनाची संख्या माहित असेल तर त्यांच्या मदतीने संयुक्त मध्य माहित करता येते त्यासाठी खालील सूत्र वापरावे.

$$\bar{X}_{12} = \frac{N_1 \bar{X}_1 + N_2 \bar{X}_2}{N_1 + N_2}$$

\bar{X}_{12} = संयुक्त मध्य (पहिल्या व दुसऱ्या गटाचे)

\bar{X}_1 = पहिल्या गटाचे मध्य

\bar{X}_2 = दुसऱ्या गटाचे मध्य

N_1 = पहिल्या गटातील अवलोकनाची संख्या

N_2 = दुसऱ्या गटातील अवलोकनाची संख्या

- v. एकाच अभ्यासाशी संबंधीत आकड्यांपैकी काही प्रातिनिधिक आकडे काढले व त्यांचे समांतर माध्य काढले आणि प्रातिनिधिक आकड्यांचा दुसरा समूह काढून त्यांचे समांतर माध्य काढले तर ते जवळ जवळ सारखे राहते.
- vi. समांतर माध्य काढताना आपल्या अवलोकनापैकी एखादा आकडा सूटून जाऊ शकतो किंवा एखादे जास्तीचे अवलोकन चुकीचे समाविष्ट केले जाऊ शकते असे झाल्यास समांतर माध्य चुकीचे राहिल.
- vii. अभ्यासात सूत्रबद्धता असल्याने व गणित हा त्याचा अभ्यास असल्याने एका उदाहरणात एकच उत्तर येते.
- viii. मध्याला पुढील अभ्यासात ही चांगल्या प्रकारे वापरता येते.
- ix. एखाद्या गोष्टीशी संबंधित वेगवेगळे नमुने घेतले तर त्या सर्व नमुन्यांचे माध्य जवळ जवळ सारखे असते.
- x. पदमालेतील काही मूल्य माहित नसतांना पण माध्य काढता येत नाही.

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

xi. समांतर माध्याच्या सहाय्याने उपलब्ध माहितीद्वारे अधिक ज्ञान मिळू शकते.

समांतर माध्याची वैशिष्ट्ये :

१. समांतर माध्य हे एकूण मूल्यांची बेरीज करून एकूण संख्येने भाग देऊन काढले जाते.
२. यात पदमालेतील सर्व मूल्यांचा उपयोग केला जातो. म्हणजेच सर्व चलांना किंवा पदांना समान महत्त्व दिले जाते.
३. पदमालेतील प्रत्येक मूल्यांची गणना एकदाच केली जाते.
४. माध्य हे सर्वच पदांचे सारख्याच प्रमाणात प्रतिनिधित्व करते.
५. माध्याचे बीजगणितीय विश्लेषण करता येते.
६. कोणत्याही स्थितीत माध्य काढणे सुलभ जाते.
७. सीमांत पदांच्या मूल्यांचा माध्यावर बराच जास्त प्रभाव पडतो.
८. समांतर माध्य हे संपूर्ण पदांच्या मूल्यांवर आधारलेले असते.
९. समांतर माध्यापासून काढलेल्या विचलनांच्या वर्गाची बेरीज ही इतर कोणत्याही पदांपासून काढलेल्या विचलनांच्या वर्गाच्या बेरजेपेक्षा कमी असते.
१०. समांतर माध्यापासून काढलेल्या विचलनांची बेरीज शून्य असते.

मध्याचे गुण:

1. मध्य हा सरासरीचा समजण्यास व उत्तर काढण्यास सर्वांत सोपा असा प्रकार आहे.
2. मध्य काढताना माहितीही विशिष्ट क्रमाने लावलीच पाहिजे असे नाही.
3. मध्याच्या उत्तरावर प्रत्येक मूल्याचा परिणाम होतो.
4. मध्याचे उत्तर निश्चित असत.
5. गणितीय पडताळणी करता येते.
6. मध्य हा मूल्याचा मध्यवर्ती बिंदू किंवा संतुलन बिंदू असतो.

मर्यादा:

1. मध्य हे सर्व अवलोकनावर आधारित असले तरी अवलोकनातील मोठे मूल्य किंवा लहान मूल्य यांचा मध्यावर परिणाम होतो.
2. माध्य आलेखाद्वारे काढता येत नाही.

3. जेव्हा दिलेली पदमाला ही प्रारंभ-शेवट (Open-End) नसलेली असते तेव्हा मध्य काढताना एखादी संख्या गृहीत धरावी लागते.
4. मध्य हे साधारण विभाजनात (normal distribution) मध्ये उपयोगी पडते याउलट विभाजन जेव्हा U आकाराचे असते तेव्हा मध्याचा उपयोग होत नाही.
5. गुणात्मक सामग्रीसाठी मध्याचा उपयोग होत नाही.
6. माध्य म्हणून येणारे पद पदमालेत असेलच असे सुद्धा सांगता येत नाही. समांतर माध्यात वरील दोष असले तरी ते अगदीच टाकाऊ आहे असे समजण्याचे कारण नाही. व्यापारात मध्याचा सरास वापर केला जातो. दरडोई उत्पन्न, सरासरी किंमत, सरासरी विक्री, सरासरी उत्पादन खर्च या सारख्या क्षेत्रात पण समांतर माध्याचा वापर केला जातो.

भारांकित समांतर मध्य (Weighted Arithmetic Mean):

मध्यात सर्व मूल्यांना सारखे महत्त्व असते, पण काही परिस्थितीत सर्व मूल्यांचे महत्त्व सारखे नसते अशा परिस्थितीत भारांकित मध्य काढले जातात.

परिस्थितीनुरूप आकड्याचे महत्त्व कमी जास्त करून माध्य काढण्याच्या पध्दतीला भारीत माध्य म्हणतात.

$$\text{भारांकित मध्य } \bar{X}_W = \frac{\sum wx}{\sum w}$$

$$\bar{X}_W = \text{भारांकित मध्य}$$

$$W = \text{भार}$$

$$x = \text{चल}$$

1. चला च्या मूल्यांना त्यांच्या भाराने गुणाकार करावा.
2. यात भार किती द्यावयाचा ते ठरवावे.
3. भारांची बेरीज करावी म्हणजे $\sum w$ मिळतो.
4. भारांकित मध्यात महत्त्वाचा प्रश्न म्हणजे भार ठरविणे हा असतो.
5. काही तरी भार देऊन काढलेले उत्तर अधिक योग्य असते. भारांचा उपयोग करून भारांकित निर्देशांक, जन्मदर, मृत्युदर काढले जातात.
6. wx च्या बेरजेला $\sum w$ ने भागाकार केला तर \bar{X}_W मिळतो

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

उदाहरणार्थ:

1) समजा एका गुत्तेदाराकडे स्त्री-पुरुष व मुले असे भिन्न वर्गातील कामगार काम करतात तेव्हा त्यांना तो अनुक्रमे 100, 50 व 30 रुपये दररोज मजुरी देतो. अशा परिस्थितीत त्यांच्याकडे 20 पुरुष, 15 स्त्रिया व 10 मुले काम करतात तर मजुरी चा सरासरी दर काय असेल?

वेतनदार (x)	मजुरांची संख्या (w)	WX
100	20	2000
50	15	750
30	10	300
	$\Sigma W = 45$	$\Sigma wx = 3050$

$$\text{भारंकित मध्य } \bar{X}W = \frac{\Sigma wx}{\Sigma w} = \frac{3050}{45} = 67.77$$

2) एक रेल्वे प्रारंभीचे 25 मैल अंतर 30 मिनिटात नंतरचे 50 मैल अंतर 40 मिनिटात व शेवटचे 10 मैल अंतर 6 मिनिटात पूर्ण करित असेल तर तिचा सरासरी वेग काय असावा?

अंतर (x)	वेळ (w)	WX
25	30	750
50	40	2000
10	10	100
	$\Sigma W = 80$	$\Sigma wx = 2850$

$$\text{सरासरी वेग} = \frac{\Sigma wx}{\Sigma w} = \frac{2850}{80} = 35.625$$

भारित माध्याचा उपयोग पुढील परिस्थितीत उपयोगी ठरतो.

1. मालिकेतील वेगवेगळ्या आकड्यांचे महत्त्व भिन्न असेल तर भार देऊन सर्व आकड्यांचे महत्त्व सारखे केले जाते. नंतर त्यांचे माध्य काढतात.
2. नमुन्यातील माध्यांचे एकत्रीकरण करित असताना सुध्दा भारांचा वापर करतात.
3. निर्देशांक काढताना भारित माध्याचा वापर केला जातो.

मध्यका (Median)

दिलेल्या मूल्यातील मध्यवर्ती मूल्य म्हणजे मध्यका होय. मध्यका ही मूल्याचा मध्यबिंदू असतो. याचा अर्थ विभाजनातील अर्धी मूल्ये ही मध्यकेपेक्षा लहान असतात. तर अर्धी मूल्ये ही मध्यकेपेक्षा मोठी असतात.

मध्यका ही मूल्याची जागा दर्शविते. मध्यकेच्या मूल्याची जागा मध्यभागी असल्यामुळे त्याच्या दोन्ही बाजूला असलेल्या अवलोकनांची संख्या सारखी असते.

जेव्हा अवलोकनांची संख्या विशम असते तेव्हा मध्यकेचे उत्तर निश्चित सांगता येते पण अवलोकनाची संख्या जेव्हा सम असते तेव्हा मात्र मध्यकेचे उत्तर निश्चित नसते, म्हणजेच ते अंदाजे असते. तसेच पदमालेतील मूल्यांची जागा बदलली असता मध्यकेचे उत्तर बदलते. म्हणूनच मध्यकेचे उत्तर माहित करताना पदमाला ही चढत्या किंवा उतरत्या क्रमाने लावावी लागते. तसे केले नाही तर मध्यकेचे उत्तर भिन्न येते. यासाठी पुढील सूत्र वापरले जाते.

$$\text{मध्यका} / M = \frac{N+1}{2}$$

मध्यकेचे गणितीय गुणधर्म, मध्यकेत चिन्हाचा विचार न करता मध्यकेपासून घेतलेल्या विचलनाची बेरीज कमीत कमी असते.

थोडक्यात पद मालेचे दोन समान भाग पाडणाऱ्या पदांच्या मूल्याला मध्यका म्हणतात.

जे आकडे गुणात्मक असतात तेथे ही पदमाला वापरणे कठीण . गुणात्मक आकडे म्हणजे गुणदर्शक जसे गाण्याच्या स्पर्धेत परिक्षकाने दिलेले गुण हे संख्येत जरी असले तरी ते गुणात्मक असतात.

मध्यकेचे गुणः

1. मध्यका ही माहित करण्यास सोपी असते.
2. मध्यका ही प्रारंभ व शेवट नसलेल्या पदमालेत काहीही गृहित न धरता काढता येते.
3. गट हा सारख्या अंतराचा असेल तर मध्यका काढणे अधिक संयुक्तिक असते.
4. मध्यकेचे उत्तर मालिकेतील लहान किंवा मोठ्या मूल्यांनी प्रभावित होत नाही.
5. उत्पन्नात किंवा वस्तुच्या किंमतीत मोठ्या प्रमाणात विशमता असेल तर ती मोनण्यासाठी मध्यकेचा उपयोग केला जातो.
6. संग्रहित माहिती जेव्हा गुणात्मक स्वरूपाची असते तेव्हा मध्यका उपयोगी पडते.

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

7. मध्य हे आलेखाच्या मदतीने निर्धारित करता येत नाहीत पण मध्यका मात्र आलेखाच्या मदतीने निर्धारित करता येते.
8. मध्यका ही मध्य भागाच्या घटकांचे मूल्य दाखवित असल्यामुळे तिच्या मागे पुढे असणा-या अवलोकनांचा विचार करता येतो.
9. उच्च दर्जाच्या सांख्यिकीय हत्यारात सुध्दा मध्यकेचा वापर केला जातो.

मर्यादा :

1. मध्यकेशिवाय इतर कोणताही सरासरीचा प्रकार माहित करताना संग्रहित माहिती चढत्या किंवा उतरत्या क्रमाने लावलीच पाहिजे असे नाही. मध्यका काढताना मात्र पदमाला चढत्या किंवा उतरत्या क्रमाने लावावीच लागते.
2. मध्यकेचे मूल्य प्रत्येक घटकाने प्रभावित होत नाही.
3. एखादे मूल्य बदलले तरी मध्यकेच्या उत्तरात फरक पडत नाही.
4. मध्यकेवर इतर गणितीय प्रक्रिया करता येत नाही.
5. मध्यकेच्या उत्तराची पडताळणी करता येत नाही.
6. खंडीत पदमालेतील मध्यकेचे उत्तर निश्चित नसते म्हणजेच अनेकदा मध्यकेचे उत्तर निश्चित नसते.

मध्यका काढताना सर्वप्रथम दिलेली पदमालेची मूल्ये चढत्या किंवा उतरत्या क्रमाने लावावी.

त्यानंतर एकूण अवलोकनातील मध्यवर्ती अवलोकन माहित करण्यासाठी

खालील सूत्रांचा वापर करावा.

साध्या व खंडीत पदमालेत खालील सूत्र वापरावे.

$$m = \frac{N + 1}{2}$$

संतत पदमालेत वरिल व खालील दोन्ही सूत्रांचा वापर करावा.

$$M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f_1} (m - c)$$

जर वारंवारीता दिलेली नसेल तर ती प्रथम काढावी. प्रत्येक मूल्य कितीवेळा आले आहे हे लक्षात घेऊन आणि वारंवारिता दिली असली तर किंवा वारंवारीता काढल्यावर वारंवारितेच्या मदतीने संचित वारंवारिता (CF) काढावी.

संचीत वारंवारिता (cf) काढताना सर्वप्रथम वारंवारितेतील प्रथम मूल्य जसेच्या तसे लिहावे व नंतर वारंवारितेचे दुसरे मूल्य संचित वारंवारितेच्या प्रथम मुल्यात

मिसळावे व आलेले मूल्य संचित वारंवारितेत लिहावे. असेच पुढील मूल्य अनुक्रमे काढावे.

संचीत वारंवारितेचे (cf) शेवटचे मूल्य हे वारंवारितेच्या बेरजेबरोबर म्हणजे N बरोबर असेल तर काढलेली संचीत वारंवारिता (cf) बरोबर आहे. इथपर्यंत गणित बरोबर आहे.

पुढे साध्या पदमालेत व खंडीत पदमालेत फक्त $m = \frac{N+1}{2}$ या सूत्राचा उपयोग करून मध्यका काढले जाते. सूत्रा द्वारे प्राप्त झालेले मूल्य संचीत वारंवारितेतील (in cf =) ज्या मूल्यात समाविष्ट होते त्या मूल्याचे X चे मूल्य म्हणजे मध्यका होय.

संतत पदमालेत अजून एक पुढील सूत्राचा वापर केला जातो.

$$M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f_1} (m - c)$$

साध्या पदमालेत मध्यका काढणे -

1. खालील माहितीच्या आधारे मध्यका माहित करा.

Calculate median from the following data.

गुण: 10, 15, 17, 19, 20, 22, 24

x	f	Cf संचित वारंवारिता (Cumulative Frequency)
10	1	1
15	1	2
17	1	3
19	1	4
20	1	5
22	1	6
24	1	7
	N = 7	

$$m = \frac{N+1}{2}$$

$$= \frac{7+1}{2}$$

$$= \frac{8}{2}$$

$$= 4$$

$$\text{in cf} = 4$$

$$M = 19$$

1. खालील माहितीच्या आधारे मध्यका माहित करा.

Calculate median from the following data.

गुण: 5, 8, 10, 13, 15, 17

x	f	Cf संचित वारंवारिता (Cumulative Frequency)
5	1	1
8	1	2
10	1	3
13	1	4
15	1	5
17	1	6
	N = 6	

$$m = \frac{N+1}{2}$$

$$= \frac{6+1}{2}$$

$$= \frac{7}{2}$$

$$= 3.5$$

अवलोकनांची संख्या सम असताना मध्यका काढताना 3.5 ही संख्या संचित वारंवारितेत 3 आणि 4 च्या मध्यभागी येत असल्याने आपल्याला सरळ उत्तर मिळत नाही म्हणून 3 आणि 4 अवलोकनांच्या मूल्यांची सरासरी काढावी तीच मध्यका असते म्हणून –

$$m = \frac{10+13}{2}$$

$$= \frac{23}{2}$$

$$= 11.5$$

$$M = 11.5$$

काही गणितीय शास्त्राज्ञांच्या मते $\frac{N+1}{2}$ यात जर एकूण अवलोकनाची संख्या (N) विषम असेल तर त्यात १ मिळवावा व जर अवलोकनाची संख्या सम असेल तर १ मिळवूनये.

$$\frac{N + 1}{2} = \frac{N}{2}$$

पण ज्यावेळी N मोठा असतो तेव्हा १ मिळविला जात नाही व N लहान असेल तर N मिळविला जातो विशेषतः खंडीत व संतत पदमालेत हा विचार केला जातो.

सरावासाठी उदा.

1. गुण – 10	15	18	20	22	30	40
2. गुण – 4	6	8	10	12	14	
3. गुण – 12	13	14	15	16	17	18 19
4. गुण – 11	12	13	14	15	16	17 18
5. गुण – 10	15	20	25	30	35	40

खंडीत पदमालेत मध्यका काढणे –

Median in Discrete Series:

खंडीत पदमाला म्हणजे ज्या पदमालेत मूल्याची पुनरावृत्ती दर्शविणारी संख्या म्हणजे वारंवारिता दिलेली असते. वारंवारितेसह मूल्यांची केलेली मांडणी म्हणजे खंडित पदमाला होय.

उदा. खालील समअंकावरून मध्यका काढा किंवा माहित करा.

Calculate median from the following data.

गुण	: 11	12	13	14	15	16	17
विद्यार्थी	: 4	5	8	10	9	7	6

x	F	Cf संचित वारंवारिता (Cumulative Frequency)
11	4	4
12	5	9
13	8	17
14	10	27
15	9	36
16	7	43

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

17	6	49
	N = 49	

$$\begin{aligned}
 m &= \frac{N+1}{2} \\
 &= \frac{49+1}{2} \\
 &= \frac{50}{2} \\
 &= 25 \\
 \text{in cf} &= 27 \\
 \mathbf{M} &= \mathbf{14}
 \end{aligned}$$

सरावासाठी उदा.

1.	x	50	60	70	80	90	100
	f	4	5	10	8	1	2

2.	x	5	10	15	20	25	30	35
	f	6	9	12	15	11	8	5

3.	x	2	4	6	8	10	12	14	16
	f	5	8	11	14	17	13	11	7

4.	x	3	6	9	12	15	18	21	24	27
	f	8	12	15	16	19	17	14	12	9

5.	x	10	20	30	40	50	60	70
	f	07	09	10	13	16	12	10

6.	x	12	14	16	18	20	22	24	26
	f	11	17	22	26	20	19	16	13

7.	x	11	13	17	18	12	15	14	16
	f	7	10	14	15	12	11	9	7

8.	X :	0	05	07	10	12
	F:	5	6	10	3	4

संतत पदमालेत मध्यका काढणे Median in Continuous Series:

जेव्हा मूल्यांचे गट व त्यांची वारंवारिता दिलेली असते अशा मांडणीस संतत पदमाला म्हणतात.

काही शास्त्रज्ञांच्या मते संतत पदमालेत मध्यका काढताना $\frac{N+1}{2}$ च्या ऐवजी $\frac{N}{2}$ असा घ्यावा. तसेच काहींच्या मते संतत पदमालेतील एकूण अवलोकनांची संख्या विशाम असेल तर त्यात .1 मिळवावा व सम असेल तर 1 मिळवू नये. जेव्हा 1 हा मिळविला जात नाही तेव्हा मध्यकेच्यासाठी खालील सूत्राचा उपयोग केला जातो.

$$M = L_1 + \frac{\frac{N}{2} - c.f}{f_1} \times i$$

खालील समअंकावरून मध्यका काढा. किंवा माहित करा.

Calculate median from the following data.

गुण: 11-15 16-20 21-25 26-30 31-35 36-40 41-45
46-50 51-55

वारंवारिता: 10 17 22 31 42 32 26 19 14

x	F	Cf संचित वारंवारिता (Cumulative Frequency)
11-15	10	10
16-20	17	27
21-25	22	49
26-30	31	80
31-35	42	122
36-40	32	154
41-45	26	180
46-50	19	199
51-55	14	213
	N = 213	

$$\begin{aligned} m &= \frac{N+1}{2} \\ &= \frac{213+1}{2} \\ &= \frac{214}{2} \\ &= 107 \end{aligned}$$

In cf = 122

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

Class = 31-35

याठिकाणी उत्तर 31 आहे का 35 आहे अथवा या दोन्हीमधील एखादी संख्या आहे हे पाहण्यासाठी खालील सूत्राचा वापर करावा लागतो.

$$M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f_1} (m - c)$$

$L_1 =$ मध्यका गटातील लहान मूल्य 31

$L_2 =$ मध्यका गटातील मोठे मूल्य 35

$f_1 =$ मध्यका गटाची वारंवारिता 42

$m = 107$

$c = 80$ आलेल्या गटाच्या पूर्वीच्या गटाची संचित वारंवारिता किंवा cf च्या पूर्वीची संख्या

$$M = 31 + \frac{35-31}{42} (107 - 80)$$

$$M = 31 + \frac{4}{42} (27)$$

$$M = 31 + \frac{108}{42}$$

$$M = 31 + 2.57$$

$$M = 33.57$$

सरावासाठी उदाहरणे:

1. गुण (x) :	0-10	10-20	20-30	30-40				
	40-50	50-60						
वारंवारिता (f) :	10	8	12	20	5	10		
2. गुण (x) :	110-120	120-130	130-140	140-150				
	150-160	160-170	170-180	180-190				
वारंवारिता (f) :	5	8	10	12	15	10	7	6
3. गुण (x) :	0-9	10-19	20-29	30-39				
	40-49	50-59	60-69	70-79				
	80-89	90-99						
वारंवारिता (f) :	2	4	7	9	10	17		
	11	18	5	2				
4. गुण (x) :	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30		
	30-35	35-40						

वारंवारिता (f) : 7 9 11 13 15 14 12 10

5. गुण (x) : 10-20 20-30 30-40 40-50 50-60
60-70 70-80

वारंवारिता (f) : 9 11 13 15 12 10 8

6. गुण (x) : 5-10 10-15 15-20 20-25 25-30 30-35
35-40 40-45

वारंवारिता (f) : 5 8 7 15 18 16 13 10

7. गुण (x) : 0-10 10-20 20-30 30-40 40-50 50-60
60-70 70-80

वारंवारिता (f) : 5 10 12 16 27 10 15 5

8. गुण (x) : 2-4 4-6 6-8 8-10 10-12 12-14
14-16

वारंवारिता (f) : 8 11 18 22 20 15 11

9. गुण (x) : पेक्षाकमी-50 50-70 70-90 90-110
110-130 130-150 150 - पेक्षाजास्त

वारंवारिता (f) : 2 12 15 30 18 10 1

खालील माहितीच्या आधारे मध्य आणि मध्यका माहित करा.

X गुण (Marks)	F वारंवारिता (Frequency)
Less than पेक्षा कमी 10	11
---do--- 20	17
---do--- 30	25
---do--- 40	35
---do--- 50	40
---do--- 60	46

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर
मध्य माहित करुत:

X	f	MV	X=35 dx (m-x)	i=10 dx ⁱ	fdx ⁱ (f×dx ⁱ)	
0 - 10	11	5	-30	-3	- 33	- 53
10 -20	06	15	-20	-2	- 12	
20 - 30	08	25	-10	-1	- 8	
30 - 40	10	35	0	0	0	
40 - 50	05	45	10	1	5	17
50 - 60	06	55	20	2	12	
	N = 46				Σfdx ⁱ = -36	

$$\begin{aligned}
 a &= X + \frac{\sum f dx^i}{N} \times i \\
 &= 35 + \frac{-36}{46} \times 10 \\
 &= 35 + \frac{-360}{46} \\
 &= 35 + (-7.82) \\
 &= 35 - 7.82
 \end{aligned}$$

$$a = 27.17$$

पेक्षा कमीच्या गणित करताना गटातील अंतर लक्षात घेऊन गट तयार करावे व त्यानंतर नवीन (f) वारंवारिता काढावा. पेक्षा कमीच्या गणितात दिलेला f हा चढत्या क्रमाणे असतो. नवीन f काढताना जून्या f मधील पहिली संख्या जशास तशी मांडावी जसे वरिल गणितात ११ ला ११ मांडले. नंतर जून्या f मधील खालच्या संख्येतून वरील संख्या वजा करावी जसे १७ मधून ११ वजा केले तर ६ येते ते नवीन f मध्ये मांडावे. असेच क्रमाने करावे. नवीन f काढल्यावर त्याची जी बेरीज असते ती N असते. हे आलेले उत्तर पूर्वीच्या f मधील शेवटच्या मूल्या एवढे आसावे जसे ४६ होय.

दोन्ही सारखे असेल तर इथपर्यंत केलेले गणित योग्य दिशेने जात आहे. असे समजून पृढील गणित करावे.

मध्यका माहित करुतः

X	F	X	f	cf
Less than पेक्षा कमी 10	11	0 - 10	11	11
---do--- 20	17	10 - 20	06	17 c
---do--- 30	25	<u>20 - 30</u>	08 f ₁	25 cf
---do--- 40	35	30 - 40	10	35
---do--- 50	40	40 - 50	05	40
---do--- 60	46	50 - 60	06	46
			N = 46	

$$m = \frac{N+1}{2}$$

$$= \frac{46+1}{2}$$

$$= \frac{47}{2}$$

$$= 23.5$$

$$\text{In cf} = 25$$

$$\text{गट / Class} = 20 - 30$$

$$M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f_1} (m - c)$$

$$M = 20 + \frac{30-20}{8} (23.5 - 17)$$

$$M = 20 + \frac{10}{8} (6.5)$$

$$M = 20 + \frac{65}{8}$$

$$M = 20 + 8.12$$

खालील माहितीच्या आधारे मध्य आणि मध्यका माहित करा.

X गुण (Marks)	F वारंवारिता (Frequency)	f
0 More than पेक्षा जास्त	100	3
10 ---do---	97	19
20 ---do---	78	27
30 ---do---	51	19
40 ---do---	32	7
50 ---do---	25	8
60 ---do---	17	2
70 ---do---	15	6
80 ---do---	9	9
N = 100		

पेक्षा जास्तीचे गणित करताना गटातील अंतर लक्षात घेऊन नव्याने x तयार करावा जसे ० पेक्षा जास्त म्हणजे गटात सर्व ठिकाणी १० चे अंतर असल्याने ० पेक्षा जास्त १० म्हणजेच ० ते १० असा गट तयार करावा. ८० पेक्षा जास्त ८० ते ९० होय. या नंतर गणितात दिलेली वारंवारिता ही उतरत्या क्रमाने दिलेली असते. म्हणजे मोठ्या संख्ये पासून लहान संख्ये पर्यंत मोठी संख्या प्रथम व त्यानंतर त्यापेक्षा लहान संख्या क्रमाने दिलेल्या असतात. अशा गणितात नव्याने f (वारंवारिता) काढावी लागते. त्या साठी पहिल्या संख्येतून दुसरी व दुसऱ्यातून तिसरी आणि तिसऱ्यातून चौथी संख्या क्रमाक्रमाने करावी व येणारे उत्तर नवीन f मध्ये मांडावे नव्याने काढलेल्या f ची बेरीज म्हणजे N होय. आलेले N मूल्य हे जून्या f च्या मधील पहिल्या संख्येच्या मूल्या बरोबर म्हणजेच सारखेच असते जसे खालील गणितात N चे उत्तर १०० येते जेकी जून्या f च्या पहिल्या मूल्या बरोबर आहे असे असेल तरच इथ पर्यंत केलेली गणितीय प्रक्रिया बरोबर आहे. मगच पुढील गणितीय प्रक्रिया नेहमीच्या पध्दतीने करावी.

X गुण (Marks)	x	F वारंवारिता (Frequency)	f
0 More than पेक्षा जास्त	0-10	100	3
10 ---do----	10-20	97	19
20 ---do----	20-30	78	27
30 ---do----	30-40	51	19
40 ---do----	40-50	32	7
50 ---do----	50-60	25	8
60 ---do----	60-70	17	2
70 ---do----	70-80	15	6
80 ---do----	80-90	9	9
			N = 100

मध्य

X	f	MV	X=45 dx (m-x)	i=10 dx ⁱ	fdx ⁱ (f×dx ⁱ)	
0-10	3	5	-40	-4	-12	- 142
10-20	19	15	-30	-3	-57	
20-30	27	25	-20	-2	-54	
30-40	19	35	-10	-1	-19	
40-50	7	45	0	0	0	66
50-60	8	55	10	1	8	
60-70	2	65	20	2	4	
70-80	6	75	30	3	18	
80-90	9	85	40	4	36	
	N=100				Σfdx ⁱ = -76	

$$\begin{aligned}
 a &= X + \frac{\sum f dx^i}{N} \times i \\
 &= 45 + \frac{-76}{100} \times 10 \\
 &= 45 + \frac{-760}{100}
 \end{aligned}$$

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

$$\begin{aligned} &= 45 + (-7.6) \\ &= 45 - 7.6 \quad \mathbf{a = 37.4} \end{aligned}$$

मध्यका

X	f	Cf
0-10	3	3
10-20	19	22
20-30	27	49 c
30-40	19 f ₁	68 cf
40-50	7	75
50-60	8	83
60-70	2	85
70-80	6	91
80-90	9	100
	N=100	

$$m = \frac{N+1}{2}$$

$$= \frac{100+1}{2}$$

$$= \frac{101}{2}$$

$$= 50.5$$

$$\text{In cf} = 68$$

$$\text{गट / Class} = 30 - 40$$

$$M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f_1} (m - c)$$

$$M = 30 + \frac{40-30}{19} (50.5 - 49)$$

$$M = 30 + \frac{10}{19} (1.5)$$

$$M = 30 + \frac{15}{19}$$

$$M = 30 + 0.78$$

$$M = 30.78$$

सरावासाठी गणितः

1. **X : 10** पेक्षा कमी, 20, 30, 40, 50, 60 पेक्षा कमी
F : 15, 32, 51, 78, 97, 110
2. **X :** पेक्षा कमी 20, 30, 40, 50, 60, 70
F : 10, 25, 43, 63, 76, 85
3. **X : 0** पेक्षा जास्त, 10, 20, 30, 40, 50, 60,
70, 80
F : 150, 140, 100, 80, 80, 70, 30,
14, 00
4. **X : 10** पेक्षा जास्त, 20, 30, 40, 50, 60, 70,
F : 100, 97, 90, 70, 40, 25, 15
5. **X :** पेक्षा कमी 10, 20, 30, 40, 50, 60
70, 80
F : 10, 24, 40, 54, 65, 78, 95, 108
6. **X :** पेक्षा कमी 20, 30, 40, 50, 60, 70,
80, 90
F : 5, 15, 29, 50, 71, 86, 97,
100
7. **X : 10** पेक्षा जास्त, 20, 30, 40, 50, 60, 70,
80, 90, 100.
F : 100, 90, 85, 70, 60, 40, 20,
11, 5, 0
8. **X : 0** पेक्षा जास्त, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70
F : 100, 90, 75, 50, 25, 15, 05, 00

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

9. X : 10 पेक्षा जास्त, 20, 30, 40, 50, 60, 70,
80, 90.

F : 120, 108, 95, 78, 65, 54, 40,
24, 10

10. X : पेक्षा कमी 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70

F : 12, 27, 40, 65, 81, 95, 100

चतुर्थक, दशमक व शतमक

Quartiles, Deciles and Percentiles

एकूण अवलोकनाचे चार समान भाग केले असता त्या प्रत्येक भागाच्या उत्तरांना चतुर्थके म्हणतात. चतुर्थकात 3 भाग असतात. चतुर्थक हे Q या अक्षराने दर्शविले जाते. चतुर्थकाच्या प्रथम भागास Q_1 , द्वितीय भागास Q_2 तर तृतीय भागास Q_3 असे दर्शविले जाते. (Q_1, Q_2, Q_3) चतुर्थकात 4 थे चतुर्थक काढले जात नाही.

एकूण अवलोकनाचे 10 समान भाग केले असता त्या प्रत्येक भागाच्या उत्तरांना दशमक म्हणतात. दशमक हे D या अक्षराने दर्शविले जाते. दशमकाच्या 4थ्या भागास D_4 तर 8 व्या भागास D_8 असे दर्शविले जाते. दशमकाचे 9 भाग असतात. दशमकात 10 वा दशमक काढला जात नाही. (जसे $D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, D_6, \dots, D_9$)

एकूण अवलोकनाचे 100 भागात समान विभाजन केले असता त्या प्रत्येक भागाच्या उत्तरांना शतमक म्हणतात. शतमकात 99 भाग असतात. शतमकातील 20 व्या भागास P_{20} तर 65 व्या भागास P_{65} असे दर्शविले जाते. शतमकास P या चिन्हाने दर्शविले जाते. 100 वा शतमक काढला जात नाही. (जसे $P_{10}, P_{11}, P_{12}, P_{13}, P_{14}, P_{15}, \dots, P_{99}$)

व्यापार आणि अर्थशास्त्रात प्रामुख्याने दशमक आणि शतमकापेक्षा चतुर्थकाचा उपयोग जास्त होतो. ज्या पद्धतीने मध्यका काढली जाते त्याच पद्धतीने चतुर्थके, दशमके व शतमके काढली जातात.

चतुर्थक काढण्यासाठी पुढील सूत्र वापरतात:

साध्या व खंडीत पदमालेत: ज्या संख्येचा चतुर्थक काढायचा असेल ती संख्या q या अक्षराच्या पायथ्याशी लिहावी. तसेच सूत्रात ती संख्या कंसाच्या बाहेर लिहून गणित करावे व ४ ने भागावे.

प्रथम चतुर्थक :

$$q_1 = \frac{1(N+1)}{4}$$

द्वितीय चतुर्थक :

$$q_2 = \frac{2(N+1)}{4}$$

तृतीय चतुर्थक :

$$q_3 = \frac{3(N+1)}{4}$$

संतत पदमालेत: वरिल सूत्र वापरून पुढील सूत्र वापरावे

$$Q_1 = L_1 + \frac{L_1 - L_2}{f_1} (q_1 - c)$$

$$Q_2 = L_1 + \frac{L_1 - L_2}{f_1} (q_2 - c)$$

$$Q_3 = L_1 + \frac{L_1 - L_2}{f_1} (q_3 - c)$$

दशमक काढण्यासाठी पुढील सूत्र वापरतात:

साध्या व खंडीत पदमालेत. ज्या संख्येचा दशमक काढायचा असेल ती संख्या d या अक्षराच्या पायथ्याशी लिहावी. तसेच सूत्रात ती संख्या कंसाच्या बाहेर लिहून गणित करावे व १० ने भागावे.

$$d_6 = \frac{6(N+1)}{10}$$

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

$$d_8 = \frac{8(N+1)}{10}$$

$$d_5 = \frac{5(N+1)}{10}$$

संतत पदमालेत: वरिल सूत्र वापरुन पुढील सूत्र वापरावे.

$$D_6 = L_1 + \frac{L_1 - L_2}{f_1} (d_6 - c)$$

$$D_8 = L_1 + \frac{L_1 - L_2}{f_1} (d_8 - c)$$

$$D_5 = L_1 + \frac{L_1 - L_2}{f_1} (d_5 - c)$$

शतमक काढण्यासाठी पुढील सूत्र वापरतात.

साध्या व खंडीत पदमालेत. ज्या संख्येचा शतमक काढायचा असेल ती संख्या p या अक्षराच्या पायथ्याशी लिहावी. तसेच सूत्रात ती संख्या कंसाच्या बाहेर लिहून गणित करावे व १०० ने भागावे.

$$P_{56} = \frac{56(N+1)}{100}$$

$$P_{88} = \frac{88(N+1)}{100}$$

$$P_{25} = \frac{25(N+1)}{100}$$

संतत पदमालेत: वरिल सूत्र वापरुन पुढील सूत्र वापरावे.

$$P_{56} = L_1 + \frac{L_1 - L_2}{f_1} (P_{56} - c)$$

$$P_{88} = L_1 + \frac{L_1 - L_2}{f_1} (P_{88} - c)$$

$$P_{25} = L_1 + \frac{L_1 - L_2}{f_1} (P_{25} - c)$$

चतुर्थक, दशमक व शतमक काढण्याची पध्दत:

१. सर्व प्रथम f ची बेरीज करुन N बरोबर काय ते काढावे.

२. संचित वारंवारिता (CF) काढावी. जसे मध्यका मध्ये काढतोत तसेच
३. चतुर्थक काढताना ४ ने , दशमक काढताना १० ने व शतमक काढताना १०० ने एकून अवलोकनाला भागावे.
४. भागाकाराचे उत्तर आल्यावर हे मूल्य संचित वारंवारितेतील प्रथम येणाऱ्या मोठ्या असणाऱ्या मूल्यात शोधावे ते मूल्य म्हणजे Cf होय. म्हणजेच हे मूल्य cf च्या कोणत्या संख्येत बसतेते शोधावे.
५. Cf चे मूल्य शोधल्यावर त्या मूल्याची x ची संख्या म्हणजे उत्तर होय.
६. संतत पदमालेत संतत पदमालेचे सूत्र वापरून गणिताचे उत्तर मिळवावे.

विभाजनातील मध्यका = द्वितीय चतुर्थक = पाचवे दशमक = पन्नासावे शतमक असतो.

म्हणजेच

$$M = Q_2 = D_5 = P_{50} \text{ होय.}$$

ज्या पद्धतीने मध्यका काढले जाते त्याच पद्धतीने चतुर्थक, दशमक व शतमक काढले जातात. ज्या संख्येचे चतुर्थक, दशमक व शतमक काढायचे असेल त्याच संख्येने (N + 1) ला गुणावे व नंतर भागाकार करावा.

साध्या पदमालेत चतुर्थक काढणे :

उदा. खालील माहितीच्या आधारे प्रथम, द्वितीय आणि तृतीय चतुर्थक काढा.

Calculate the first, second and third quartile from the following data.

गुण : 10 12 14 16 18 20 22
 24 26

गुण x	f	cf
10	1	1
12	1	2
14	1	3
16	1	4
18	1	5
20	1	6
22	1	7
24	1	8
26	1	9
N = 9		

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

प्रथम चतुर्थक :

$$q_1 = \frac{1(N+1)}{4}$$

$$q_1 = \frac{1(9+1)}{4}$$

$$q_1 = \frac{1(10)}{4}$$

$$q_1 = \frac{10}{4}$$

$$q_1 = 2.5$$

$$\text{in cf} = 3$$

$$\therefore Q_1 = 14$$

द्वितीय चतुर्थक :

$$q_2 = \frac{2(N+1)}{4}$$

$$q_2 = \frac{2(9+1)}{4}$$

$$q_2 = \frac{2(10)}{4}$$

$$q_2 = \frac{20}{4}$$

$$q_2 = 5$$

$$\text{in cf} = 5$$

$$\therefore Q_2 = 18$$

तृतीय चतुर्थक :

$$q_3 = \frac{3(N+1)}{4}$$

$$q_3 = \frac{3(9+1)}{4}$$

$$q_3 = \frac{3(10)}{4}$$

$$q_3 = \frac{30}{4}$$

$$q_3 = 7.5$$

$$\text{in cf} = 8$$

$$\therefore Q_3 = 24$$

उदा. खालील माहितीच्या आधारे चौथे दशमक व सातवे दशमक काढा.

Calculate the fourth and seventh deciles from the following data. (D_4 and D_7)

गुण : 10 12 14 16 18 20 22
24 26

गुण x	f	cf
10	1	1
12	1	2
14	1	3
16	1	4
18	1	5
20	1	6
22	1	7
24	1	8
26	1	9
	N = 9	

चौथे दशमक :

$$d_4 = \frac{4(N+1)}{10}$$

$$d_4 = \frac{4(9+1)}{10}$$

$$d_4 = \frac{4(10)}{10}$$

$$d_4 = \frac{40}{10}$$

$$d_4 = 4$$

$$\text{in cf} = 4$$

$$\therefore D_4 = 16$$

सातवे दशमक :

$$d_7 = \frac{7(N+1)}{10}$$

$$d_7 = \frac{7(9+1)}{10}$$

$$d_7 = \frac{7(10)}{10}$$

$$d_7 = \frac{70}{10}$$

$$d_7 = 7$$

$$\text{in cf} = 7$$

$$\therefore D_7 = 22$$

उदा. खालील माहितीच्या आधारे 35 वे शतमक व 60 वे शतमक काढा.

Calculate the 35th and 60th percentiles from the following data. (P_{35} and P_{60})

गुण : 10 12 14 16 18 20 22
 24 26

गुण x	f	cf
10	1	1
12	1	2
14	1	3
16	1	4
18	1	5
20	1	6
22	1	7
24	1	8
26	1	9
	N = 9	

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

35 वे शतमक :

$$P_{35} = \frac{35(N+1)}{100}$$

$$P_{35} = \frac{35(9+1)}{100}$$

$$P_{35} = \frac{35(10)}{100}$$

$$P_{35} = \frac{350}{100}$$

$$p_{35} = 3.5$$

$$\text{in cf} = 4$$

$$\therefore P_{35} = 16$$

60 वे शतमक :

$$P_{60} = \frac{60(N+1)}{100}$$

$$P_{60} = \frac{60(9+1)}{100}$$

$$P_{60} = \frac{60(10)}{100}$$

$$P_{60} = \frac{600}{100}$$

$$p_{60} = 6$$

$$\text{in cf} = 6$$

$$\therefore P_{60} = 20$$

सरावासाठी प्रश्न :

प्रश्न 1: Q_1 व Q_3 , D_4 व D_8 तसेच P_{20} व P_{80} माहित करा.

x = 10 12 18 20 22 25 30 35 38

प्रश्न 2: Q_2 , D_5 आणि P_{50} माहित करा.

x = 11 12 13 14 15 16 17 18 19

प्रश्न 3: Q_3 , D_9 P_{90} माहित करा.

x = 11 13 15 17 19 21 23

प्रश्न 4: Q_1 व Q_3 , D_6 व D_8 तसेच P_{25} व P_{45} माहित करा.

x = 10 20 30 40 50 60 70 80

प्रश्न 5: Q_1 व Q_3 , D_7 , P_{65} माहित करा.

x = 5 10 15 20 25 30 35 40 45

प्रश्न 6: Q_3 , D_8 , P_{75} माहित करा.

x = 12 14 16 18 20 22 24

प्रश्न 7: Q_2 , D_5 , P_{70} माहित करा.

x = 6 12 18 20 24 26 30 32

प्रश्न 8: Q_1 , D_7 व P_{30} माहित करा.

$x = 4 \quad 8 \quad 12 \quad 16 \quad 20 \quad 24 \quad 28$

खंडीत पदमालेत चतुर्थक दशमक व शतमक काढणे:

खालील माहितीच्या आधारे प्रथम आणि तृतीय चतुर्थक काढा.

Calcular first and third quartile from the following data.

गुण : 10 20 30 40 50 60 70 80

वारंवारिता : 5 7 10 12 15 14 13 10

गुण x	f	cf
10	5	5
20	7	12
30	10	22
40	12	34
50	15	49
60	14	63
70	13	76
80	10	86
	N = 86	

प्रथम चतुर्थक :

$$q_1 = \frac{1(N+1)}{4}$$

$$q_1 = \frac{1(86+1)}{4}$$

$$q_1 = \frac{87}{4}$$

$$q_1 = 21.75$$

$$\text{in cf} = 22$$

$$\therefore Q_1 = 30$$

तृतीय चतुर्थक :

$$q_3 = \frac{3(N+1)}{4}$$

$$q_3 = \frac{3(86+1)}{4}$$

$$q_3 = \frac{3(87)}{4}$$

$$q_3 = \frac{261}{4}$$

$$q_3 = 65.25$$

$$\text{in cf} = 76$$

$$\therefore Q_3 = 70$$

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

उदा. खालील माहितीच्या आधारे चौथे दशमक व आठवे दशमक काढा.

Calculate the fourth and eighth deciles from the following data. (D_4 and D_8)

गुण : 5 10 12 18 20 22 25 30

विद्यार्थी : 2 4 8 10 7 6 4 2

गुण x	f	cf
5	2	2
10	4	6
12	8	14
18	10	24
20	7	31
22	6	37
25	4	41
30	2	43
	N = 43	

चौथे दशमक :

$$d_4 = \frac{4(N+1)}{10}$$

$$d_4 = \frac{4(43+1)}{10}$$

$$d_4 = \frac{4(44)}{10}$$

$$d_4 = \frac{176}{10}$$

$$d_4 = 17.6$$

in cf = 24

$$\therefore D_4 = 18$$

आठवे दशमक :

$$d_8 = \frac{8(N+1)}{10}$$

$$d_8 = \frac{8(43+1)}{10}$$

$$d_8 = \frac{8(44)}{10}$$

$$d_8 = \frac{352}{10}$$

$$d_8 = 35.2$$

in cf = 37

$$\therefore D_8 = 22$$

उदा. खालील माहितीच्या आधारे 40 वे शतमक व 75 वे शतमक काढा.

Calculate the 40th and 75th percentiles from the following data. (P_{40} and P_{75})

गुण : 5 10 12 18 20 22 25 30

विद्यार्थी : 2 4 8 10 7 6 4 2

गुण x	f	cf
5	2	2
10	4	6
12	8	14
18	10	24
20	7	31
22	6	37
25	4	41
30	2	43
	N = 43	

40 वे शतमक :

$$P_{40} = \frac{40 (N+1)}{100}$$

$$P_{40} = \frac{40 (43+1)}{100}$$

$$P_{40} = \frac{40 (44)}{100}$$

$$P_{40} = \frac{1760}{100}$$

$$P_{40} = 17.6$$

$$\text{in cf} = 24$$

$$\therefore P_{40} = 18$$

75 वे शतमक :

$$P_{75} = \frac{75 (N+1)}{100}$$

$$P_{75} = \frac{75 (43+1)}{100}$$

$$P_{75} = \frac{75 (44)}{100}$$

$$P_{75} = \frac{3300}{100}$$

$$P_{75} = 33$$

$$\text{in cf} = 37$$

$$\therefore P_{75} = 22$$

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

संतत पदमालेत चतुर्थक, दशमक व शतमक काढणे:

खालील माहितीवरून Q_1 व Q_3 माहिती करा.

Calculate the first and third quartile from the following.

x	f	Cf
0-10	5	5
10-20	8	13
20-30	10	23
30-40	12	35
40-50	9	44
50-60	7	51
60-70	6	57
	N = 57	

प्रथम चतुर्थक :

$$q_1 = \frac{1(N+1)}{4}$$

$$q_1 = \frac{1(57+1)}{4}$$

$$q_1 = \frac{1(58)}{4}$$

$$q_1 = \frac{58}{4}$$

$$q_1 = 14.5$$

$$\text{in cf} = 23$$

∴ Class = 20-30

$$Q_1 = L_1 + \frac{L_1 - L_2}{f_1} (q_1 - c)$$

$$Q_1 = 20 + \frac{30 - 20}{10} (14.5 - 13)$$

$$Q_1 = 20 + \frac{10}{10} (1.5)$$

तृतीय चतुर्थक :

$$q_3 = \frac{3(N+1)}{4}$$

$$q_3 = \frac{3(57+1)}{4}$$

$$q_3 = \frac{3(58)}{4}$$

$$q_3 = \frac{174}{4}$$

$$q_3 = 43.5$$

$$\text{in cf} = 44$$

∴ Class = 40-50

$$Q_3 = L_1 + \frac{L_1 - L_2}{f_1} (q_3 - c)$$

$$Q_3 = 20 + \frac{50 - 40}{9} (43.5 - 35)$$

$$Q_3 = 40 + \frac{10}{9} (8.5)$$

$$Q_1 = 20 + \frac{15}{10}$$

$$Q_1 = 20 + 1.5$$

$$Q_1 = 21.5$$

$$Q_3 = 40 + \frac{85}{9}$$

$$Q_3 = 40 + 9.44$$

$$Q_3 = 49.44$$

खालील माहितीवरून D_4 व D_8 माहिती करा.

Calculate the fourth and eighth Decile from the following.

X	f	Cf
11-15	10	10
16-20	17	27
21-25	22	49
26-30	31	80
31-35	42	122
36-40	32	154
41-45	26	180
46-50	19	199
51-55	14	213
	N = 213	

चौथे दशमक :

$$d_4 = \frac{4(N+1)}{10}$$

$$d_4 = \frac{4(213+1)}{10}$$

$$d_4 = \frac{4(214)}{10}$$

$$d_4 = \frac{856}{10}$$

$$d_4 = 85.6$$

in cf = 122

• Class = 31-35

$$D_4 = L_1 + \frac{L_1 - L_2}{f_1} (d_4 - c)$$

आठवे दशमक :

$$d_8 = \frac{8(N+1)}{10}$$

$$d_8 = \frac{8(213+1)}{10}$$

$$d_8 = \frac{8(214)}{10}$$

$$d_8 = \frac{1712}{10}$$

$$d_8 = 171.2$$

in cf = 180

• Class = 41-45

$$D_8 = L_1 + \frac{L_1 - L_2}{f_1} (d_8 - c)$$

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

$$D_4 = 31 + \frac{35 - 31}{42} (85.6 - 80)$$

$$D_4 = 31 + \frac{4}{42} (5.6)$$

$$D_4 = 31 + \frac{22.4}{42}$$

$$D_4 = 31 + 0.53$$

$$D_4 = 31.53$$

$$D_8 = 41 + \frac{45 - 41}{26} (171.2 - 154)$$

$$D_8 = 41 + \frac{4}{26} (17.2)$$

$$D_8 = 41 + \frac{68.8}{26}$$

$$D_8 = 41 + 2.64$$

$$D_8 = 43.64$$

उदा. खालील माहितीच्या आधारे P_{30} वे शतमक व P_{70} वे शतमक काढा.

Calculate the 30th and 70th percentiles from the following data. (P_{30} and P_{70})

गुण x	f	cf
0-10	15	15
10-20	15	30
20-30	23	53
30-40	22	75
40-50	25	100
50-60	10	110
60-70	5	115
70-80	10	125
	N = 125	

30 वे शतमक :

$$P_{30} = \frac{30 (N+1)}{100}$$

$$P_{30} = \frac{30 (125+1)}{100}$$

$$P_{30} = \frac{30 (126)}{100}$$

$$P_{30} = \frac{3780}{100}$$

$$P_{30} = 37.8$$

$$\text{in cf} = 53$$

70 वे शतमक :

$$P_{70} = \frac{70 (N+1)}{100}$$

$$P_{70} = \frac{70 (125+1)}{100}$$

$$P_{70} = \frac{70 (126)}{100}$$

$$P_{70} = \frac{8820}{100}$$

$$P_{70} = 88.2$$

$$\text{in cf} = 100$$

• Class 20-30

• class 40-50

$$P_{30} = L_1 + \frac{L_1 - L_2}{f_1} (p_{30} - c)$$

$$P_{70} = L_1 + \frac{L_1 - L_2}{f_1} (p_{70} - c)$$

$$P_{30} = 20 + \frac{30 - 20}{23} (37.8 - 30)$$

$$P_{70} = 40 + \frac{50 - 40}{25} (88.2 - 75)$$

$$P_{30} = 20 + \frac{10}{23} (7.8)$$

$$P_{70} = 40 + \frac{10}{25} (13.2)$$

$$P_{30} = 20 + \frac{78}{23}$$

$$P_{70} = 40 + \frac{132}{25}$$

$$P_{30} = 20 + 3.39$$

$$P_{70} = 40 + 5.28$$

$$P_{30} = 23.39$$

$$P_{70} = 45.28$$

Prove that $M = Q_2 = D_5 = P_{50}$ from the following data:

गुण x	f	cf
30	5	5
35	12	17
40	20	37
45	25	62
50	30	92
55	28	120
60	22	142
65	14	156
70	03	159
	N= 159	

मध्यका :

द्वितीय चतुर्थक :

पाचवे दशमक:

$$m = \frac{1 (N+1)}{2}$$

$$q_2 = \frac{2 (N+1)}{4}$$

$$d_5 = \frac{5 (N+1)}{4}$$

$$m = \frac{1 (159+1)}{2}$$

$$q_2 = \frac{2 (159+1)}{4}$$

$$d_5 = \frac{5 (159+1)}{10}$$

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

$$m = \frac{1(160)}{2}$$

$$m = \frac{160}{2}$$

$$m = 80$$

$$\text{in cf} = 92$$

$$\therefore \underline{M = 50}$$

$$q_2 = \frac{2(160)}{4}$$

$$q_2 = \frac{320}{4}$$

$$q_2 = 80$$

$$\text{in cf} = 92$$

$$\therefore \underline{Q_2 = 50}$$

$$d_5 = \frac{5(160)}{10}$$

$$d_5 = \frac{800}{10}$$

$$d_5 = 80$$

$$\text{in cf} = 92$$

$$\therefore \underline{D_5 = 50}$$

$$\text{पन्नासावे शतमक : } P_{50} = \frac{50(N+1)}{100} = \frac{50(159+1)}{100} = \frac{50(160)}{100}$$

$$P_{50} = \frac{8000}{100} = \text{in cf} = 92 \quad \therefore P_{50} = 50$$

$$\mathbf{M = Q_2 = D_5 = P_{50}}$$

$$\mathbf{50 = 50 = 50 = 50}$$

सरावासाठी उदाहरणे :

1. खालील माहितीवरून $Q_1, Q_3, Q_4, Q_8, P_{20}$ व P_{60} माहित करा.

X:	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
F:	5	8	10	12	7	6	4

2. खालील माहितीवरून Q_3, D_7 व P_{85} माहित करा.

X:	Below 10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
F:	8	10	22	25	15	10	5

3. खालील माहितीवरून $Q_1, Q_3, D_4, D_6, P_{30}$ व P_{75} माहित करा.

X:	5	10	15	18	20	22	25	30
F:	2	4	8	10	7	6	4	2

4. P_{45}, P_{68}, D_9 माहित करा.

X:	Below 15	15-30	30-45	45-60	60-75	75-90	90-105
F:	5	8	12	15	10	6	3

5. Q_1, Q_3, D_6, P_{65} माहित करा.

X:	5	15	25	35	45	55	65	75	85
F:	5	7	10	12	15	14	13	10	5

6. Q_2, D_6, P_{60} माहित करा.

X: पेक्षा कमी	30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80 पेक्षा कमी
F:	69	167	207	65	58	27	10

7. Q_1, Q_3, D_7, P_{30} माहित करा.

X:	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
F:	22	38	46	35	20

8. Q_3, D_8, P_{55} माहित करा.

X:	10	20	30	40	50	60	70	80
F:	7	12	21	29	23	17	13	9

9. Q_2, D_9, P_{35} माहित करा.

X:	11	12	13	14	15	16	17	18	19
F:	12	19	26	32	40	33	26	16	11

10. Q_1, Q_3, D_5, P_{78} माहित करा.

X:	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35
F:	10	15	20	18	15	10

बहुलक / भूयिष्टक (Mode)

दिलेल्या पदमालेत ज्या मूल्याची सर्वात अधिक पुनरावृत्ती होते त्या मूल्यास

बहुलक म्हणतात. X : 10, 12, 14, 10, 13, 14, 12, 12, 15, 12 ; **Z=12**

साध्या पदमालेत बहुलक नसतो. कारण ह्या पदमालेत सर्व मूल्यांचा भार किंवा वारंवारिता सारखी असते. म्हणून बहुलकाचा विचार खंडित व संतत पदमालेत केला जातो.

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

थोडक्यात ज्या पदाची सर्वात जास्त वेळा पुनरावृत्ती होते त्या पदाच्या मूल्याला भूयिष्टक किंवा बहुलक म्हणतात. हे मूल्य पदमालेत सर्वात जास्त वेळा येते म्हणजे हे पदमालेचे सर्वाधिक सामान्य मूल्य असते.

ज्या मूल्याची वारंवारिता सर्वात अधिक असते तेच मूल्य बहुलक असते.

Marks	10	20	30	Z=40	50	60	70
No. of Students	4	7	12	<u>17</u>	10	6	3

अनेकदा बहुलक हा आधीच्या व नंतरच्या वारंवारितेने प्रभावित होतो. तसेच एकाच पदमालेतील दोन भिन्न मूल्यांची वारंवारिता जेव्हा सारखी असते तेव्हा बहुलक वारंवारितेच्या मूल्यावरून काढणे अवघड असते. त्यामुळे अनेकदा एकाच पदमालेत दोन किंवा दोनपेक्षा अधिक बहुलक असू शकतात. तेव्हा अशा पदमालेत बहु-बहुलक किंवा द्विबहुलक पदमाला म्हणतात.

ज्या मूल्याची वारंवारिता जास्त असते तो बहुलक असतोच असे नाही म्हणूनच अवलोकन तक्त्याच्या मदतीने बहुलक शोधला जातो. बहुलक काढताना पुढील टप्पे वापरले जातात.

- बहुलक काढताना दिलेली मूल्ये चढत्या क्रमाने लावावे.
- जोड्यांचा तक्ता तयार करून त्यात जोड्यांच्या किंमती लिहा.
- अवलोकन तक्त्यात सहा अवलोकन भार घावयाचे आहेत त्यानुसार अवलोकन तक्ता तयार करा.
- अवलोकन तक्त्यातील पहिला भार दर्शनी अवलोकनाचा असतो म्हणजे त्या मूल्याची वारंवारिता सर्वात अधिक असेल त्याला तो भार दिला जातो. दोन मूल्यांची वारंवारिता समान असेल तर त्या दोन मूल्यांना भार द्यावा.

सांख्यिकीय पद्धती

- दुसरे अवलोकन घेताना तक्त्यातील पहिल्या दोन मूल्यांच्या वारंवारितेची बेरीज व त्यानंतरच्या दोन वारंवारितांची बेरीज करून समोर लिहा.
- तिसरे अवलोकन घेताना पहिली वारंवारिता सोडून नंतरच्या दोन वारंवारितांची बेरीज करा. शेवटच्या संख्येस जोडी नसेल तर तिचा विचार करू नका. त्या ठीकानी (-) अशी रेष द्यावी.
- चौथे अवलोकन घेताना पहिल्या तीन वारंवारितांची बेरीज घ्यावी.
- पाचव्या अवलोकनात पहिली वारंवारिता सोडून नंतरच्या तीन वारंवारितांची बेरीज करावी.
- सहाव्या अवलोकनात पहिल्या दोन वारंवारिता सोडून नंतरच्या तीन वारंवारितांच बेरीज करावी.

अवलोकन तक्ता -

- अवलोकन तक्त्यात सहा स्तंभ तयार करावेत.
- प्रत्येक स्तंभात जोडी तक्त्यात ज्या जोडीची किंमत सर्वात जास्त आहे अशा मूल्यासमोर ($\sqrt{\quad}$) वरीलप्रमाणे खूण करावी.
- केलेल्या खूणांची (Mark) त्याच्यासमोर एकूणच्या स्तंभात बेरीज लिहा.
- ज्या मूल्यासमोर खूणांची बेरीज सर्वात जास्त असेल ते मूल्य म्हणजे बहुलक (Z) होय.

जर गटात समान अंतर नसेल म्हणजे भिन्न गटातील अंतर भिन्न असेल तर बहुलक काढण्यापूर्वी सर्व गटातील अंतर समान करून घ्यावे. सर्व गटातील अंतर समान करताना वारंवारितेचे वाटप समानतेच्या तत्वावर आधारित आहे हे गृहित धरले जाते.

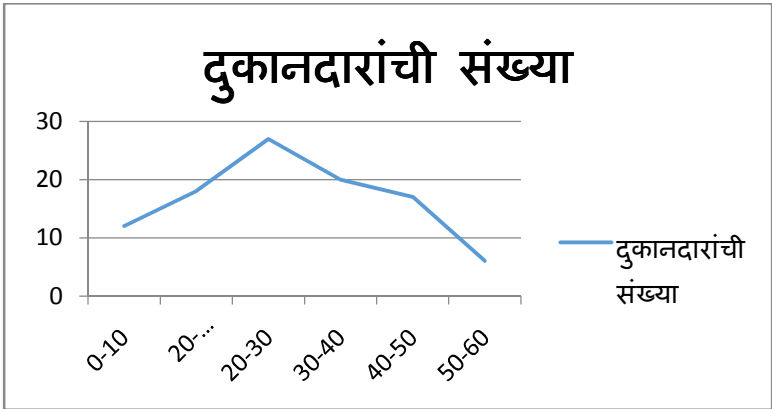
लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

- आलेखाच्या मदतीने बहुलक काढणे :
1. प्रथम दिलेल्या वारंवारितेनुसार आयता चित्र (Histogram) काढावा.
 2. बहुलक दंडाच्या आधीच्या दंडाच्या शेवटच्या कोपर्यावरून व त्यानंतरच्या दंडाच्या प्रारंभीच्या कोपर्यावरून बहुलक दंडाच्या दोन्ही कोपर्यांना स्पर्श करणाऱ्या रेषा काढाव्यात .
 3. त्या रेषा जेथे परस्परांना छेदतात त्या बिंदूतून OX अक्षावर लंब टाका. त्या लंबाचे OX अक्षावरील मूल्य म्हणजेच बहुलक असेल.

उदाहरणार्थ: खालील उदाहरणात 100 दुकानदारांचा दररोज होणारा नफा दर्शविला आहे.

तर त्या आकडेवारीच्या मदतीने आलेख पद्धतीने बहुलक काढा.

नफा (रु.)	दुकानदारांची संख्या
0-10	12
10-20	18
20-30	27
30-40	20
40-50	17
50-60	6



बहुलकाचे गुण :

1. बहुलकाचा व्यवहारात अनेकदा उपयोग होतो.
2. विवेचन आलेखावर केले तर बहुलक समजण्यास सोपा असतो.
3. बहुलका हा अवलोकनातील लहान किंवा मोठ्या संख्येनी प्रभावित होत नाही.
4. प्रारंभ-शेवट नसलेल्या गटात कोणतेही मूल्य गृहित न धरता बहुलका काढता येतो.
5. गुणात्मक प्रश्नाचा अभ्यास करताना बहुलकाचा उपयोग होतो.
6. बहुलकाचे आणखी एक वैशिष्ट्य म्हणजे आलेख पद्धतीने बहुलकाचे मूल्य माहित करता येते पण मध्याचे मूल्य आलेखाने माहित करता येत नाही.
7. बहुलक ही पदमालेतील एक संख्या असल्यामुळे ती पदमालेचे प्रतिनिधीत्व करते.
8. बहुलकात अती टोकांच्या पदांचा विचार होत नाही.
9. दैनंदिन जीवनात बहुलकाचा उपयोग मोठ्या प्रमाणात होतो.
10. उत्पादन करणाऱ्या उत्पादकांना बहुलकाची मदत होते. कारण त्यांना उत्पादनाचे परिमाण निश्चित, करता येते.
11. बहुलकाची गणना शिघ्र, सरळ व यथार्थपणे केली जाऊ शकते.

मर्यादा :

1. बहुलकाचे मूल्य नेहमीच निर्धारित करता येत नाही.
2. साध्या पदमालेत बहुलक काढता येत नाही.
3. एकाच पदमालेत दोन किंवा दोनपेक्षा अधिक बहुलक असू शकतात.
4. बहुलकाच्या उत्तराची पडताळणी करता येत नाही.
5. बहुलकाचे मूल्य पदमालेतील प्रत्येक मूल्यावर आधारित नसते.
6. बहुलकाचे मूल्य निश्चित नसते ते बदलणारे असते.
7. बहुलकात उच्चतम व निम्नतम पदमूल्ये विचारात घेतली जात नाहीत.
8. बिजगणिताचा उपयोग करता येत नाही.
9. संपूर्ण पदमालेचे प्रतिनिधीत्व बहुलकाद्वारे केले जात नाही.

मध्य, मध्यका व बहुलकातील संबंध :

(Relationship between a , M and Z)

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

ज्या विभाजनात मध्य = मध्यका = बहुलक ($a = M = Z$) असतो, अशा विभाजनाला साधारण विभाजन (Normal Distribution) किंवा Symmetrical विभाजन म्हणतात. याउलट ज्या विभाजनात मध्य \neq मध्यका \neq बहुलक असतो तेव्हा त्या विभाजनाला asymmetrical किंवा विषम विभाजन (Skewed Distribution) म्हणतात. जेव्हा विभाजन हे विषम असते तेव्हा मध्य, मध्यका व बहुलकातील संबंध महत्त्वाचा असतो. अशा विभाजनात मध्य आणि मध्यकेतील अंतर मध्य आणि मध्यकेच्या $1/3$ असते.

कार्लपिअरसनच्या मते, जेव्हा वारंवारिता विभाजनात दोन मूल्यांना सारखा भार मिळतो तेव्हा त्यात दोन बहुलक असण्याची शक्यता असते. अशा दोन भूइष्टक असणाऱ्या विभाजनाला द्वि बहुलक विभाजन म्हणतात. यासाठी खालील सूत्र वापरतात.

$$\text{Mode} = \text{Mean} - 3 (\text{Mean} - \text{Median})$$

$$Z = a - 3 (a - m)$$

OR

$$\text{Mode} = 3 \text{ Median} - 2 \text{ Mean}$$

and

$$\text{Median} = \text{Mode} + 2/3 (\text{Mean} - \text{Mode})$$

$$\text{Mode} = 3 \text{ Median} - 2 \text{ Mean}$$

$$= 3m - 2a$$

$$\text{Mode} = \text{Median} - \frac{2}{3} (\text{Mean} - \text{Mode})$$

$$\text{Mean} - \text{Mode} = 18$$

$$\text{Mode} = 13$$

$$\text{Median} = ?$$

$$(\text{Mean} - \text{Mode})$$

$$= 7 - \frac{2}{3} (18)$$

$$= 25$$

$$\text{Mode} = \text{Mean} - 3$$

$$(\text{Mean} - \text{Median})$$

$$= M - 3 (12)$$

$$= M - 36$$

$$\text{Mean} = ?$$

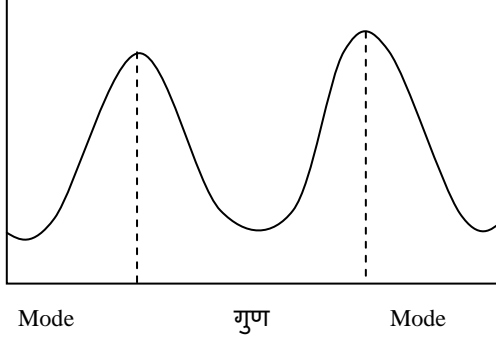
$$\text{Mode} = 6$$

$$\text{Mean} - \text{Median} = 12$$

$$36 + 12 = \text{Mean}$$

$$\text{Mean} = 42$$

यातील कोणतीही दोन मूल्ये माहित झाल्यास तिसरे मूल्य माहित करता येते. हे आपण मागेच पाहिले आहे. हेच खालील आकृतीत दाखविले आहे.



यालाच द्वी - बहूलक विभाजन म्हणतात.
यासाठी खालील सूत्र वापरले जाते.

$$\underline{Z = 3M - 2a}$$

भूयिष्टकाची वैशिष्ट्ये :

१. बहूलक हे पण स्थितीचे माध्य आहे.
२. पदमालेतील लहानमूल्य व मोठे मूल्य यांचा पदावर पडणारा प्रभाव कमी असतो.
३. पदमालेतील बहूलक स्पष्ट नसेल तर ते निश्चित करणे कठीण जाते यात होणारा बदल उत्तरात बदल करणारा असतो.
४. बहूलक हे वारंवारतेवर अवलंबून असते. म्हणजेच पदावली पेक्षा वारंवारिता महत्त्वाची असते.
५. ज्या पदांची वारंवारता सर्वात जास्त आहे त्या पदाचे मूल्य बहूलक असते.
६. हे एक महत्त्वाचे माप आहे.

गणित करताना खालील टप्पे महत्त्वाचे आहेत. :

- सर्वप्रथम वारंवारितेतील मोठ्या संख्येला अंडरलाईन करावे, याला क्रमांक Ist म्हणावे.
- त्यानंतर दुसऱ्या स्तंभात वारंवारितेच्या दोन दोन च्या जोड्या करून त्यांची बेरीज करावी व आलेले उत्तर बरोबर जोडीच्या मध्य भागी लिहावे. तसेच यातील मोठ्या अंकाला अंडर लाईन करावे.

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

- तिसऱ्या स्तंभात वारंवारितेचा (f) पहिला अंक सोडून वारंवारितेच्या दोन दोन च्या जोड्या करून त्यांची बेरीज करावी व आलेले उत्तर बरोबर जोडीच्या मध्य भागी लिहावे. तसेच यातील मोठ्या अंकाला अंडर लाईन करावे.
- चौथ्या स्तंभात (f) वारंवारितेच्या तीन तीन च्या जोड्या (गट) करून त्यांची बेरीज करावी व आलेले उत्तर बरोबर जोडीच्या मध्य भागी लिहावे. तसेच यातील मोठ्या अंकाला अंडर लाईन करावे.
- पाचव्या स्तंभात वारंवारितेचा (f) पहिला अंक सोडून वारंवारितेच्या तीन तीन च्या जोड्या (गट) करून त्यांची बेरीज करावी व आलेले उत्तर बरोबर जोडीच्या मध्य भागी लिहावे. तसेच यातील मोठ्या अंकाला अंडर लाईन करावे.
- सहाव्या स्तंभात वारंवारितेचा (f) पहिले दोन अंक सोडून वारंवारितेच्या तीन तीन च्या जोड्या (गट) करून त्यांची बेरीज करावी व आलेले उत्तर बरोबर जोडीच्या मध्य भागी लिहावे. तसेच यातील मोठ्या अंकाला अंडर लाईन करावे.
- यानंतर विश्लेषण किंवा अवलोकन तक्ता तयार करावा. प्रत्येक स्तंभातील (रकान्यातील) सर्वात मोठे पद विचारात घेऊन तक्ता तयार करावा. त्यांच्याशी संबंधित पदमूल्ये लक्षात घेण्यासाठी ही पध्दती वापरली जाते. प्रत्येक स्तंभातील सर्वात मोठ्या पदांच्या आधारे संबंधित पदमूल्या खाली खूणा ($\sqrt{\quad}$) करून नंतर त्या खूणांची बेरीज करतात आणि जे पदमूल्य सर्वात जास्त वेळा आले असेल त्यालाच बहूलक (Z) म्हणतात. साध्या पदमालेत बहूलक काढला जात नाही. संतत पदमालेत पुढील सूत्राचा वापर केला जातो.

$$Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} (L_2 - L_1)$$

खंडीत पदमालेत बहुलक काढणे :

खालील माहितीच्या आधारे बहुलक/भुयिष्टक माहित करा.

Calculate the mode from the following data.

गुण : 10 20 30 40 50 60 70

विद्यार्थी : 5 7 9 12 8 6 4

	I	II	III	IV	V	VI
x	f	वरून 2- 2 ची बेरीज	प्रथम (f) अंक सोडून 2- 2 ची बेरीज	वरून 3-3 ची बेरीज	प्रथम (f) अंक सोडून 3- 3 ची बेरीज	प्रथम (f) दोन अंक सोडून 3- 3 ची बेरीज
10	5] 12	-] 21	-	-
20	7] 16] 26] 28
30	9] <u>21</u>] <u>20</u>] 18		
40	<u>12</u>] 14] 10		-	-
50	8					
60	6					
70	4	-				

अवलोकन तक्का Observation Table

x	f	I	II	III	IV	V	VI	Total
10	5							-
20	7					√		1
30	9		√			√	√	3
<u>40</u>	12	√	√	√	√	√	√	6
50	8			√	√		√	3
60	6				√			1
70	4							-

$$Z = 40$$

खालील माहितीच्या आधारे बहुलक/भुयिष्टक माहित करा.

Calculate the mode from the following data.

गुण : 5 10 15 20 25 30 35 40

विद्यार्थी : 7 11 15 25 21 16 9 6

x	I f	II	III	IV	V	VI
5	7] 18	-	33	-	-

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

10	11] 40] 26	51	-
15	15				
20	25] 37] 46	62	61
25	21				
30	16] 25	-	46	31
35	9				
40	6] 15	-	-	-

अवलोकन तक्ता Observation Table

x	f	I	II	III	IV	V	VI	Total
5	7							-
10	11					√		1
15	15		√			√	√	3
20	25	√	√	√	√	√	√	6
25	21			√	√		√	3
30	16				√			1
35	9							-
40	6							-

$$Z = 20$$

सरावासाठी प्रश्न:

1. खालील माहितीच्या आधारे बहुलक/भुयिष्ठक माहित करा.

Calculate the mode from the following data. (Z=14)

गुण : 11 12 13 14 15 16 17 18 19

विद्यार्थी : 9 16 22 27 21 15 10 19 28

2.

गुण : 10 20 30 40 50 60 70

विद्यार्थी : 11 16 22 20 16 12 10

3.

गुण : 2 4 6 8 10 12 14 16 18

विद्यार्थी : 5 8 11 17 19 14 10 7 4

4.

गुण : 21 24 26 27 29 30 31 33

विद्यार्थी : 7 9 12 16 18 15 13 10

5.

गुण : 5 10 15 20 25 30 35 40 45

विद्यार्थी : 4 6 10 13 18 15 12 09 05

संतत पदमालेत बहुलक काढणे :

1. खालील माहितीच्या आधारे बहुलक / भुयिष्टक माहित करा.

Calculate the mode from the following data.

गुण : 10-20 20-30 30-40 40-50 50-60 60-70

विद्यार्थी : 5 12 17 13 8 6

x	I f	II	III	IV	V	VI
10-20	5	17	-	34	-	-
20-30	12		29		-	42
30-40	17	30			21	
40-50	13		14	-		-
50-60	8	6		-	-	-
60-70	6		-	-	-	-

अवलोकन तक्ता Observation Table

x	f	I	II	III	IV	V	VI	Total
10-20	5				√			1
20-30	12	f ₀		√	√	√		3
30-40	17	f ₁	√	√	√	√	√	6
40-50	13	f ₂	√			√	√	3
50-60	8						√	1
60-70	6							-

Class = 30-40

या वरून निश्चित बहुलक माहित करता येत नाही. उत्तर 30 आहे की 40, किंवा या दोन्ही संख्यांच्या मधली संख्या आहे हे शोधण्यासाठी संतत पदमालेत खालील सूत्राचा वापर केला जातो.

$$Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2 \times f_1 - f_0 - f_2} (L_2 - L_1)$$

L_1 = गटातील लहान संख्या

L_2 = गटातील मोठी संख्या

F_1 = गटाची वारंवारिता

F_0 = आलेल्या गटाच्या वरील गटाची वारंवारिता

F_2 = आलेल्या गटाच्या खालील गटाची वारंवारिता

$L_1 = 30$

$L_2 = 40$

$F_1 = 17$

$F_0 = 12$

$F_2 = 13$

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

$$Z = 30 + \frac{17 - 12}{2 \times 17 - 12 - 13} (40 - 30)$$

$$Z = 30 + \frac{5}{34 - 25} (10)$$

$$Z = 30 + \frac{50}{9}$$

$$Z = 30 + 5.55$$

$$Z = 35.55$$

2.

गुण : 5-10 10-15 15-20 20-25 25-30 30-35

विद्यार्थी : 9 13 15 17 20 10

x	I f	II	III	IV	V	VI
5-10	9	22	-	37	-	-
10-15	13		28		-	
15-20	15	<u>32</u>	<u>37</u>	<u>47</u>	<u>45</u>	<u>52</u>
20-25	17					
25-30	<u>20</u>	30	-	-	-	-
30-35	10					

अवलोकन तक्ता Observation Table

x	f	I	II	III	IV	V	VI	Total
5-10	9							-
10-15	13					√		1
15-20	15		√			√	√	3
20-25	17		√	√	√	√	√	5
25-30	20	√		√	√		√	4
30-35	10				√			1

Class = 20-25

उत्तर 20 आहे की 25, किंवा या दोन्ही संख्यांच्या मधली संख्या आहे हे शोधण्यासाठी संतत पदमालेत खालील सूत्राचा वापर केला जातो.

$$Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2 \times f_1 - f_0 - f_2} (L_2 - L_1)$$

$L_1 = 20$

$L_2 = 25$

$F_1 = 17$

$F_0 = 15$

$F_2 = 20$

$$Z = 20 + \frac{17 - 15}{2 \times 17 - 15 - 20} (25 - 20)$$

$$Z = 20 + \frac{2}{34 - 35} (5)$$

$$Z = 20 + \frac{10}{-1}$$

$$Z = 20 + (-10)$$

$$Z = 20 - 10$$

$$Z = 10$$

3.

गुण : 2 - 4 4 - 6 6 - 8 8 - 10 10 - 12 12 - 14

विद्यार्थी : 9 13 14 16 20 10

x	I f	II	III	IV	V	VI
2-4	9	22	-	36	-	-
4-6	13		27		-	
6-8	14	<u>30</u>	<u>36</u>	<u>46</u>	<u>43</u>	<u>50</u>
8-10	16				-	
10-12	<u>20</u>	<u>30</u>			-	
12-14	10		-		-	-

अवलोकन तक्ता Observation Table

x	f	I	II	III	IV	V	VI	Total
2-4	9							-
4-6	13					√		1
6-8	14		√			√	√	3
8-10	16		√	√	√	√	√	5
10-12	20	√	√	√	√		√	5
12-14	10		√		√			2

वरील अवलोकनात total मध्ये मोठी संख्या 5 असून ती दोनदा आली आहे. त्यामुळे 8-10 व 10-12 या दोन्हीही गटांना समान भार मिळाला आहे अशा परिस्थितीत कोणता गट लक्षात घेऊन बहुलक काढावा हा प्रश्न निर्माण होतो, या ठिकाणी बहुलक काढण्यासाठी खालील सूत्राचा वापर करावा लागतो.

$$Z = 3 M - 2 a$$

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

यातील M म्हणजे मध्यका व a म्हणजे मध्य होय. याचाच अर्थ बहुलक काढण्यासाठी मध्यका आणि मध्य माहित करावा लागेल व त्यांचे आलेले उतर वरील सूत्रात ठेवून बहुलक मिळवावा लागेल. सर्वप्रथम आपण मध्यका व मग मध्य काढू.

X	f	cf
2-4	9	9
4-6	13	22
6-8	14	36
8-10	16	52
10-12	20	72
12-14	10	82
	N=82	

$$m = \frac{N+1}{2} = \frac{82+1}{2} = \frac{83}{2} = 41.5$$

$$\text{in cf} = 52$$

$$\text{Class} = 8 - 10$$

$$L_1 = 8$$

$$L_2 = 10$$

$$F_1 = 16$$

$$m = 41.5$$

$$c = 36$$

$$M = L_1 + \frac{L_1 - L_2}{f_1} (m - c)$$

$$M = 8 + \frac{10 - 8}{16} (41.5 - 36)$$

$$M = 8 + \frac{2}{16} (5.5)$$

$$M = 8 + \frac{11}{16}$$

$$M = 8 + 0.68$$

$$\underline{\underline{M = 8.68}}$$

X	f	mv	dx =7	f dx	f X dx
2-4	9	3	-4	-36	-62
4-6	13	5	-2	-26	
6-8	14	<u>7</u>	0	0	
8-10	16	<u>9</u>	2	32	172
10-12	20	11	4	80	
12-14	10	13	6	60	
	N=82			$\Sigma f dx$	110

$$a = x + \frac{\Sigma f dx}{n}$$

$$a = 7 + \frac{110}{82}$$

$$a = 7 + 1.34$$

$$a = 8.34$$

$$Z = 3M - 2a$$

$$Z = 3(8.68) - 2(8.34)$$

$$Z = 26.04 - 16.68$$

$$Z = \underline{9.36}$$

सोडवा :

- x: 10-20 20-30 30-40 40-50 50-60 60-70 70-80

f: 5 10 8 15 9 4 3
- x: 0-10 10-20 20-30 30-40 40-50 50-60

f: 3 7 9 11 13 7
- x: 0-10 10-20 20-30 30-40 40-50 50-60 60-70

f: 5 15 20 20 32 16 14
- x: 0-100 100-200 200-300 300-400 400-500 500-600

f: 12 18 27 20 17 6
- x: 0-10 10-20 20-30 30-40 40-50 50-60 60-70

 70-80 80-90

f: 1 3 5 7 15 9 5

 3 2

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

6.	x:	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	
	f:	1	9	10	20	8	2	
7.	x:	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45
	f:	10	15	17	25	28	30	40
8.	x:	5-9	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39
	f:	8	18	27	21	10	28	7
9.	x:	60-62	62-64	64-66	66-68	68-70	70-72	
	f:	1	3	5	6	3	2	
10.	x:	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25		
	f:	7	11	16	13	9		
11.	x:	11	12	13	14	15	16	17
		18						
	f:	4	7	10	17	12	8	6
		4						
12.	x:	10	20	30	40	50	60	70
	f:	9	18	27	36	20	15	10
13.	x:	30	34	38	42	43	45	48
		50	51					
	f:	1	3	2	1	6	1	2
		2	2					
14.	x:	20	25	30	33	35	38	40
		45	58	60				
	f:	11	18	28	44	62	71	56
		38	15	6				
15.	x:	10	20	30	40	50	60	70
		80	90	100				
	f:	2	7	9	14	8	10	13
		14	12	8				
16.	x:	10	20	30	40	50	60	
	f:	3	6	41	39	25	18	
17.	x:	Below – 10 , 10-20 , 20-30 , 30-40 , 40-50 , 50-60 , 60-70						
		70 - Above						

सांख्यिकीय पद्धती

f:	27	72	94	125	155	87	55
	7						
18. x:	60 – 62 ,	62 – 64 ,	64 – 66 ,	66 – 68 ,	68 – 70		
f:	16	27	38	25	7		
19. x:	0 – 10 ,	10 – 20 ,	20 – 30 ,	30 – 40 ,	40 – 50 ,	50 – 60 ,	60 – 70 ,
	70 – 80 ,	80 – 90 ,	90 – 100				
F:	8	12	15	9	3	2	16
	5	3	1				

१. खालील माहितीच्या आधारे सरासरी तापमान माहित करा.

तापमान	दिवस	x	f	dx x=0	fdx	
-5	5	-5	5	-5	-25	-47
-4	3	-4	3	-4	-12	
-3	2	-3	2	-3	-6	
-1	4	-1	4	-1	-4	
0	1	0	1	0	0	111
5	3	5	3	5	15	
6	5	6	5	6	30	
7	6	7	6	7	42	
8	3	8	3	8	24	
			N = 32		$\Sigma fdx = 64$	

$$a = x + \frac{\Sigma fdx}{n}$$

$$a = 0 + \frac{64}{32}$$

$$a = 0 + 2$$

$$\underline{\underline{a = 2}}$$

२. खालील माहितीच्या आधारे समांतर मध्य माहित करा.

तापमान	दिवस	x	MV	f	dx x=5	fdx	
-40 ते -30	18	-40 ते -30	-35	18	-40	-720	

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

-30 ते -20	28	-30 ते -20	-25	28	-30	-840	-2580
-20 ते -10	30	-20 ते -10	-15	30	-20	-600	
-10 ते 0	42	-10 ते 0	-5	42	-10	-420	
0 ते -10	65	0 ते -10	<u>5</u>	65	0	0	
10 ते 20	180	10 ते 20	15	180	10	1800	2000
20 ते 30	10	20 ते 30	25	10	20	200	
				N=373	$\Sigma f dx = -580$		

$$a = x + \frac{\Sigma f dx}{n}$$

$$a = 5 + \frac{-580}{373}$$

$$a = 5 + (-1.55)$$

$$a = 5 - 1.55$$

$$\underline{\underline{a = 3.45}}$$

३. खालील माहितीत महाविद्यालयातील माजी विद्यार्थ्यांच्या संमेलनातील विद्यार्थ्यांच्या वयाचा तक्ता दिला आहे. त्या आधारे मध्य व मध्यका माहित करा.

२२, २४, ३६, १८, २१, ४२, २८, २२, १५, १७, २१, ३६, २२, २६, ३१, २५,
३३, २२, २७, २४, १८, १९, २०, २६, २०, ३२, २९, २३, २२, २३, १९, २४,
३६, ५५, ४४, ४१, २०, १७, ४२, ३१, २४, २१, ४०, १६, २०, २६, २१,
२२, ४८, २५.

X		f	MV	dx	$\frac{dxi}{i=0}$	fdxi	cf
10-20		08	15	-20	-2	-16	8
20-30	 	28	25	-10	-1	-28	36
30-40		07	35	0	0	0	43
40-50		06	45	10	1	6	49
50-60		01	55	20	2	2	50
N=50						$\Sigma f dx = -36$	

मध्य :

$$a = x + \frac{\Sigma f dx}{n} \times I$$

$$a = 35 + \frac{-36}{50} \times 10$$

$$a = 35 + \frac{-360}{50}$$

$$a = 35 + (-7.2)$$

$$a = 35 - 7.2$$

a = 27.8

मध्यका :

$$m = \frac{N+1}{2} = \frac{50+1}{2} = \frac{51}{2} = 25.5$$

in cf = 36

Class = 20 - 30

$$M = L_1 + \frac{L_1 - L_2}{f_1} (m - c)$$

$$M = 20 + \frac{30 - 20}{28} (25.5 - 8)$$

$$M = 20 + \frac{10}{28} (17.5)$$

$$M = 20 + \frac{175}{28}$$

$$M = 20 + 6.25 \quad \mathbf{M = 26.25}$$

४. खालील माहितीच्या आधारे बहुलक काढा.

X	F
0 पेक्षा जास्त (More than)	150
10 पेक्षा जास्त	140
20 पेक्षा जास्त	100
30 पेक्षा जास्त	80
40 पेक्षा जास्त	80
50 पेक्षा जास्त	70
60 पेक्षा जास्त	30
70 पेक्षा जास्त	14
80 पेक्षा जास्त	0

x	I f	II	III	IV	V	VI
0 - 10	10	50	-	70	-	-
10 - 20	40		60		60	-
20 - 30	20	20	10	50	66	30
30 - 40	0					
40 - 50	10	50	56	30	70	-
50 - 60	40					
60 - 70	16	30	14	-	-	-
70 - 80	14					
80 - 90	0	-	-	-	-	-

अवलोकन तक्का Observation Table

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

x	f	I	II	III	IV	V	VI	Total
0 - 10	10		√		√			2
10 - 20	40	√	√	√	√			4
20 - 30	20			√	√			2
30 - 40	0							-
40 - 50	10		√			√		2
50 - 60	40	√	√			√	√	4
60 - 70	16					√	√	2
70 - 80	14						√	1
80 - 90	0							-

वरील अवलोकनात total मध्ये मोठी संख्या 5 असून ती दोनदा आली आहे. त्यामुळे 10 - 20 व 50 - 60 या दोन्हीही गटांना समान भार मिळाला आहे अशा परिस्थितीत कोणता गट लक्षात घेऊन बहुलक काढावा हा प्रश्न निर्माण होतो, या ठिकाणी बहुलक काढण्यासाठी खालील सूत्राचा वापर करावा लागतो.

$$Z = 3M - 2a$$

यातील M म्हणजे मध्यका व a म्हणजे मध्य होय. याचाच अर्थ बहुलक काढण्यासाठी मध्यका आणि मध्य माहित करावा लागेल व त्यांचे आलेले उत्तर वरील सूत्रात ठेवून बहुलक मिळवावा लागेल. सर्वप्रथम आपण मध्यका व मग मध्य काढू.

X	f	cf
0 - 10	10	10
10 - 20	40	50
20 - 30	20	70
30 - 40	0	70
40 - 50	10	80
50 - 60	40	120
60 - 70	16	136
70 - 80	14	150
80 - 90	0	150
	N=150	

$$m = \frac{N+1}{2} = \frac{150+1}{2} = \frac{151}{2} = 75.5$$

in cf = 80

Class = 40 - 50

$$L_1 = 40$$

$$L_2 = 50$$

$$F_1 = 10$$

$$m = 75.5$$

$$c = 70$$

$$M = L_1 + \frac{L_1 - L_2}{f_1} (m - c)$$

$$M = 40 + \frac{50 - 40}{10} (75.5 - 70)$$

$$M = 40 + \frac{10}{10} (5.5)$$

$$M = 40 + \frac{55}{10}$$

$$M = 40 + 5.5$$

$$\underline{M = 45.5}$$

X	f	MV	dx	dx ²	fdx	
0 - 10	10	5	-40	-4	-40	-200
10 - 20	40	15	-30	-3	-120	
20 - 30	20	25	-20	-2	-40	
30 - 40	0	35	-10	-1	0	
40 - 50	10	<u>45</u>	0	0	0	114
50 - 60	40	55	10	1	40	
60 - 70	16	65	20	2	32	
70 - 80	14	75	30	3	42	
80 - 90	0	85	40	4	0	
	N=150				$\Sigma f dx = -86$	

$$a = x + \frac{\Sigma f dx}{n} \times i$$

$$a = 45 + \frac{-86}{150} \times 10$$

$$a = 45 + \frac{-860}{150}$$

$$a = 45 + (-5.73)$$

$$a = 45 - 5.73$$

$$\underline{a = 39.27}$$

$$Z = 3M - 2a$$

$$Z = 3(45.5) - 2(39.27)$$

$$Z = 136.5 - 78.54$$

$$\underline{Z = 57.96}$$

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

५. खालील माहितीच्या आधारे बहुलक काढा.

X	F
15	5
25	9
35	13
45	21
55	20
65	15
75	8
85	3

x	I f	II	III	IV	V	VI
10 - 20	5	14	-	27	-	-
20 - 30	9		22		-	
30 - 40	13	34	41	56	43	54
40 - 50	21					
50 - 60	20	35	23	-	43	26
60 - 70	15					
70 - 80	8	11	-	-	-	-
80 - 90	3					

अवलोकन तक्ता Observation Table

x	f	I	II	III	IV	V	VI	Total
10 - 20	5							-
20 - 30	9					√		1
30 - 40	13					√	√	2
40 - 50	21	√		√	√	√	√	5
50 - 60	20		√	√	√	√	√	5
60 - 70	15		√		√	√		3
70 - 80	8					√		1
80 - 90	3							-

वरील अवलोकनात total मध्ये मोठी संख्या 5 असून ती दोनदा आली आहे.

त्यामुळे 40 - 50 व 50 - 60 या दोन्हीही गटांना समान भार मिळाला आहे अशा परिस्थितीत कोणता गट लक्षात घेऊन बहुलक काढावा हा प्रश्न निर्माण होतो, या ठिकाणी बहुलक काढण्यासाठी खालील सूत्राचा वापर करावा लागतो.

$$Z = 3M - 2a$$

सांख्यिकीय पद्धती

यातील M म्हणजे मध्यका व a म्हणजे मध्य होय. याचाच अर्थ बहुलक काढण्यासाठी मध्यका आणि मध्य माहित करावा लागेल व त्यांचे आलेले उत्तर वरील सूत्रात ठेवून बहुलक मिळवावा लागेल. सर्वप्रथम आपण मध्यका व मध्य काढू.

X	f	MV	dx	fdxi		cf
10 - 20	5	15	-30	-150	-460	5
20 - 30	9	25	-20	-180		14
30 - 40	13	35	-10	-130		27
40 - 50	21	45	0	0		48
50 - 60	20	55	10	200	860	68
60 - 70	15	65	20	300		83
70 - 80	8	75	30	240		91
80 - 90	3	85	40	120		94
	N= 94			$\Sigma fdx = 400$		

$$a = x + \frac{\Sigma fdx}{n}$$

$$a = 45 + \frac{400}{94}$$

$$a = 45 + 4.25$$

$$\underline{\underline{a = 49.25}}$$

$$m = \frac{N+1}{2} = \frac{94+1}{2} = \frac{95}{2} = 47.5$$

$$\text{in cf} = 48$$

$$\text{Class} = 40 - 50$$

$$L_1 = 40$$

$$L_2 = 50$$

$$F_1 = 21$$

$$m = 47.5$$

$$c = 27$$

$$M = L_1 + \frac{L_1 - L_2}{f_1} (m - c)$$

$$M = 40 + \frac{50 - 40}{21} (47.5 - 27)$$

$$M = 40 + \frac{10}{21} (20.5)$$

$$M = 40 + \frac{205}{21}$$

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

$$M = 40 + 9.76$$

$$\underline{M = 49.76}$$

$$Z = 3M - 2a$$

$$Z = 3(49.76) - 2(49.25)$$

$$Z = 149.28 - 98.5$$

$$\underline{Z = 50.78}$$

भूमितीय / गुणोत्तर माध्य : (Geometric Mean)

जेव्हा सर्व अवलोकनांना सारखे महत्त्व नसते म्हणजेच एखाद्या अवलोकनाला अधिक महत्त्व व एखाद्याला कमी असते तेव्हा गुणोत्तर माध्य उपयोगात आणले जाते. बरेचदा आपणास माध्य काढताना लहान आकड्यांत महत्त्व वाढवावेसे वाटते तर मोठ्या आकड्यांचे महत्त्व कमी करावेसे वाटते. अशावेळी आतापर्यंत ज्या मध्य, मध्यका व बहूलकाच्या पध्दती आहेत त्या कुचकामाच्या ठरतात. अशा वेळी आपणास गुणोत्तर माध्याचा वापर करावा लागतो.

सूत्र :

$$gm = n\sqrt{x_1 \times x_2 \times x_3 \times \dots \times x_n}$$

उदा. 2, 4 व 8 यांचे गुणोत्तर माध्य काढा.

$$\sqrt[3]{2 \times 4 \times 8}$$

$$\sqrt[3]{64} = 4$$

ही पध्दत फक्त ज्या वेळी पदमालेत कमी आकडे असताना वापरात येते.

साध्या पदमालेत गणितीय माध्य काढणे:

पुढील आकड्यांवरून गुणोत्तर माध्य काढा.

$$X : 18, 27, 16, 37, 42, 59, 127$$

X	log x
18	1.2553
27	1.4314
16	1.2041
37	1.5682
42	1.6232
59	1.7709
127	1.1038

$$\Sigma \text{Log } x = 10.9569$$

$$g.m = \text{antilog} \frac{\Sigma \log x}{N}$$

$$g.m = \text{antilog} \frac{10.9569}{7}$$

$$g.m = \text{antilog} 1.5653$$

$$\underline{\underline{g.m = 36.76}}$$

खंडीत पदमाला :

खालील माहितीच्या आधारे गुणोत्तर / गणितीय मध्य माहित करा.

X : 10 , 20, 30, 40, 50

F : 2 , 3 , 4 , 3 , 2

x	f	Log X	F log X
10	2	1.0000	2.0000
20	3	1.3010	3.9030
30	4	1.4771	5.9084
40	3	1.6021	4.8060
50	2	1.6990	3.3980
	N=14		ΣLogx= 20.0157

$$g.m = \text{antilog} \frac{\Sigma \log x}{N}$$

$$g.m = \text{antilog} \frac{20.0157}{14}$$

$$g.m = \text{antilog} 1.4297$$

$$\underline{\underline{g.m = 26.89}}$$

संतत पदमाला :

खालील माहितीच्या आधारे गुणोत्तर / गणितीय मध्य माहित करा.

x	f	Log X	F log X
0 - 10	1	0.6990	0.6990
10 - 20	3	1.1761	3.5283
20 - 30	5	1.3979	6.9895
30 - 40	3	1.5441	4.6323
40 - 50	1	1.6532	1.6532
	N=13		ΣLogX =17.5032

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

$$g.m = \text{antilog} \frac{\Sigma \log x}{N}$$

$$g.m = \text{antilog} \frac{17.5023}{13}$$

$$g.m = \text{antilog} 1.3463$$

$$\underline{\underline{g.m = 22.20}}$$

खालील माहितीच्या आधारे भूमितीय मध्य माहित करा.

गुण : 0 - 10 , 10 - 20, 20 - 30, 30 - 40, 40 - 50

वारंवारिता : 8, 12, 20, 6, 4

x	f	MV	Log X	F log X
0 - 10	8	5	0.6989	5.5917
10 - 20	12	15	1.1761	14.1131
20 - 30	20	25	1.3979	27.9588
30 - 40	6	35	1.5441	9.2644
40 - 50	4	45	1.6532	6.6128
	N=50			$\Sigma \text{LogX} = 63.5480$

$$g.m = \text{antilog} \frac{\Sigma \log x}{N}$$

$$g.m = \text{antilog} \frac{63.5480}{50}$$

$$g.m = \text{antilog} 1.2704$$

$$\underline{\underline{g.m = 18.65}}$$

गुणोत्तर मध्याचे गुण :

1. पदमालेतील सर्व आकड्यांचा वापर केला जातो.
2. व्यक्तीगत किंवा पूर्वग्रहाला यात वाव नाही.
3. स्पष्टता आहे.
4. सर्वात चांगली पध्दती आहे मोठ्या आकड्यांसाठी.
5. संयुक्त माध्य काढता येते.
6. ज्या ठिकाणी प्रतिशतांचे माध्य काढले जाते तेथे याचा लाभ होतो.

गणितीय मध्याच्या मर्यादा / दोष :

1. मालिकेत एखादी संख्या शून्य किंवा ऋण असेल तर माध्य काढता येत नाही.

२. या माध्याचे मोजमाप करणे इतर माध्यांपेक्षा किलिष्ट अवघड आहे.
३. वरील कारणाने यांची व्यवहार्यता कमी झालेली दिसते फक्त मर्यादित स्वरूपातच याचा वापर केला जातो.

थोडक्यात ज्यावेळी एखाद्या बदलाच्या दराची सरासरी काढवयाची असेल तर गुणोत्तर माध्याचा वापर केला जातो. तसेच निर्देशांक काढण्यासाठी मोठ्या प्रमाणात वापर केला जातो. सामाजिक शास्त्रत पण या पद्धतीचा वापर केला जातो.

हरात्मक / संवादी मध्य (Harmonic Mean):

सांख्यिकीय अभ्यासात या मध्याचा अतिशय कमी वापर केला जातो. जेव्हा लहान अंकाचे मूल्य वाढवावयाचे असते किंवा मोठ्या अंकाचे मूल्य कमी करावयाचे असते तेव्हा या माध्याचा वापर केला जातो.

सूत्र :

$$H.M. = \frac{\Sigma Reciprocal}{N}$$

$$H.M. = \frac{N}{\Sigma (\frac{1}{x})}$$

साधी पदमाला:

खालील माहितीच्या आधारे संवादी मध्य किंवा हरात्मक मध्य माहित करा.

X : 5 , 10, 15 , 20 , 25

$$H.M. = \frac{N}{\Sigma (\frac{1}{x})}$$

$$H.M. = \frac{5}{\Sigma (\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{20} + \frac{1}{25})}$$

$$H.M. = \frac{5}{\Sigma (0.20 + 0.10 + 0.07 + 0.05 + 0.04)}$$

$$H.M. = \frac{5}{0.46}$$

$$H.M. = 10.869$$

खंडीत पदमाला:

खालील माहितीच्या आधारे संवादी मध्य किंवा हरात्मक मध्य माहित करा.

x	f	$\frac{1}{x}$	$f \cdot \frac{1}{x}$
5	3	0.20	0.60

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

10	6	0.10	0.60
15	9	0.07	0.63
20	6	0.05	0.30
25	3	0.04	0.12
	N=27		$\Sigma f \cdot \frac{1}{x} = 2.25$

$$H.M. = \frac{N}{\Sigma (f \cdot \frac{1}{x})}$$
$$H.M. = \frac{27}{2.25}$$

$$H.M. = 12$$

हरात्मक मध्याचे गुण :

१. हे अधिक प्रातिनिधिक स्वरूपाचे असते.
२. याचे उत्तर निश्चित स्वरूपाचे असते.
३. पुढील गणितीय प्रक्रिया करता येतात.
४. काळ व दरासंबंधीत ही पध्दती फायदेशीर आहे.

हरात्मक मध्याचे दोष / मर्यादा :

१. हे समजवयास कठीण आहे.
२. याचे मोजमाप (गणना) तुलनात्मक दृष्ट्या कठीण आहे.
३. याची व्यवहार्यता कमी आहे.
४. शून्य किंवा शून्यापेक्षा कमी संख्येला या पध्दतीचा उपयोग होत नाही.

वरील मर्यादीत असल्यातरी ज्या ठिकाणी वेळेचा व दराचा अभ्यास असतो त्या ठिकाणी याचा वापर फायदेशीर ठरतो. उदा. मोटारीचा वेग, विमानाचा वेग यांची सरासरी काढण्यासाठी याचा वापर केला जातो.

.....

:: Exercise ::

सरावासाठी प्रश्न:

1. Find median from the following data:
X : 2, 4, 6, 8, 10
2. What is the mean from the following observation?
X : 10, 16, 8, 18, 20, 22
3. Calculate the Mean , Medium and Mode from the following data:

X	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60
f	2	4	6	8	5	3

4. Find the mode from the following data.

X	10	15	20	25	30
f	3	5	8	2	1

5. Find the 8th Deciles from the following data.

X	5	6	9	12	14	16
f	1	2	3	4	5	6

6. Calculate the 20th percentiles from the following data.

X	4	8	12	16	20
f	1	1	2	3	2

7. Calculate the Mean from the following data:

X	5	10	15	20	25	30
f	2	4	5	0	3	5

8. Calculate the 3rd third quartile from the following data:

X	1	2	3	4	5
f	1	1	1	2	6

9. Calculate the Median from the following data:

X	10-20	20-.....	30-40	40-50	50-60- 70
f	4	3	7	8	6	5

10. Find the Mode from the following data:

X	1	3	4	5	6	7	8
f	1	1	1	2	3	1	1

11. Calculate the Mean from the following data:

X	5	7	9	12	15	18	20	25
---	---	---	---	----	----	----	----	----

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

12. Calculate the Median from the following data:

X	10	20	30	40	50
f	5	3	4	6	1

13. Calculate the Q_1 and Q_3 from the following data:

X	5	10	15	20
f	3	5	2	1

14. Calculate the Mean and Mode from the following data:

X	4	8	12	16	20	24	28	32
f	2	1	3	4	10	1	5	4

15. Calculate the Mean from the following data:

X	5	10	15	20	25
f	2	5	3	6	4

16. Calculate Median, Mean and Mode of the following data:

X	16 - 20	21- 25	26 - 30	31 - 35	36 - 40	41 - 45	46-50
f	6	4	5	8	4	7	6

17 Find Mean from the following Frequency distribution:

X	95 -99	90 -94	85 -89	80 -84	75 -79	70 -74	65 -69	60- 64	55- 59	50- 54	45- 49
f	4	3	15	6	3	2	4	5	6	15	7

17. Find the Quartile from the following data:

X	14 - 15	12- 13	10 - 11	8 - 9	6 - 7	4 - 5
f	3	8	15	20	20	4

18. Calculate the Mean from the following data:

X	40-44	35-39	30-34	25-29	20-24	15-19	10-14
f	2	8	10	15	8	5	2

20 Calculate the Median from the following data:

X	... - 5	5 - 10	10 - 15	15 - 20	20 - 25	25 - ...
f	4	6	7	9	8	5

21. Calculate the Medaian from the following data:

X	10	12	14	16	18
f	2	4	5	0	3

22. Find Mode from the following data:

X	10	15	20	25	30	35	40
f	3	5	6	8	4	2	1

23. Calculate the Mean from the following data:

X	10	12	15	18	20	5	8	14
---	----	----	----	----	----	---	---	----

24. Calculate First quartiles from the following data:

X	4	6	8	10	12
---	---	---	---	----	----

25. Calculate the 30th Percentiles from the following data:

X	5	10	12	14	16
f	1	2	1	2	3

26. Calculate the Q_2 , D_5 and P_{50} from the following data:

X	... - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - ...
f	4	10	13	16	12	9

27. Calculate the 4th Deciles from the following data:

X	5	6	7	9	11	14
---	---	---	---	---	----	----

28. Calculate the 10th Percentiles from the following data:

X	2	4	6	8	10
f	1	2	3	1	2

29. Calculate the Median from the following data:

X	0 - 5	5 - 10	10 - 15	15 - 20	20 - 25
f	0	1	2	3	1

30. Calculate the Mode from the following data:

X	10	12	14	16	18	20	22
f	5	13	15	14	12	9	2

31. Calculate Median from the following data:

X	2	4	6	8	10	12	14	16
---	---	---	---	---	----	----	----	----

32. Calculate 8th Decile from the following data:

X	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
f	5	8	11	15	20	27	21	15	11	7

33. Calculate 72 Percentile from the following data:

X	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
f	12	17	23	28	35	31	24	19	16	10

34. Calculate Mean from the following data:

X	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
f	7	10	14	19	25	21	16	11	9	8

35. Calculate Mode of the following data:

X	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100	100-120	120-140	140-160	160-180	180-200
f	12	17	25	35	45	34	26	19	14	10

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

36. Calculate Mode from the following data:

X	10	21	12	17	13	19
f	14	12	19	12	21	12

37. Calculate the Mean from the following data:

X	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60
f	5	4	10	3	2	1

38. Calculate the Median from the following data:

X	110- 120	120- 130	130- 140	140- 150	150- 160	160- 170	170- 180	180- 190
f	5	8	10	12	15	10	7	6

39. Calculate the 4th Decile from the following data:

X	10	12	14	16	20	22	25	30
f	2	4	5	8	10	7	3	1

40. Calculate the first and third quartile from the following data:

X	5	10	15	18	20	22	25	30
f	2	4	8	10	7	6	4	2

41. Calculate the Mean from the following data:

Sir.No.	1	2	3	4	5	6
Income	10	14	13	20	15	18

42. Calculate the Median from the following data:

X	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	60 - 70	70- 80
f	8	12	15	18	20	11	6

43. Calculate the Q1 and Q3 from the following data:

X	10	11	12	13	14	15
f	2	4	10	8	5	1

44. Calculate the Mode from the following data:

X	15	20	25	30	35	40
f	12	18	25	24	20	21

45. Calculate the Mean from the following data:

X	2	3	4	5	6
f	1	3	7	3	1

46. Calculate the Median and Mode from the following data:

X	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	60 - 70
f	5	10	18	25	20	15	7

47. Calculate the Mean and Q1, Q3 from the following data:

X	0 - 5	5 - 10	10 - 15	15 - 20	20 - 25	25 - 30	30 - 35
f	4	10	12	4	6	16	8

48. Calculate the 4th Deciles from the following data:

X	5	10	15	20	25	30	35	40
---	---	----	----	----	----	----	----	----

49. Calculate ktkhe Mean from the following data:

X	10	15	18	20	22	25	30	35	37	38
---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

50. Calculate the Mean and Median from the following data:

X	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
f	5	9	13	21	20	15	8	3

51. Calculate the 98th Percentile from the following data:

X	5	10	15	20	25	30	35	42
f	1	3	6	8	15	10	7	5

52. Calculate the first and Third Quartile from the following data:

X	0- 5	5- 10	10- 15	15- 20	20- 25	25- 30	30-35
f	7	10	15	18	10	5	4

53. Calculate the Mean from the following data:

X	0- 5	5- 10	10- 15	15- 20	20- 25	25- 30	30-35	35-40
f	5	8	10	15	12	7	4	3

54. Calculate the 8th Decile from the following data:

X	10	12	18	20	22	25	30	35	40
f	3	5	8	10	7	6	4	3	1

55. Calculate the Q₁, Q₂ and Q₃ from the following data:

X	10	15	20	22	28	30	35	40
f	5	7	10	15	12	10	3	5

56. Calculate Mean and median from the following data:

Marks	0- 10	10- 20	20- 30	30- 40	40- 50	50- 60
No. of Students	4	8	6	3	7	2

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

57. Calculate the mean from the following data:

Marks	10- 20	20- 30	30- 40	40- 50	50- 60	60- 70	70- 80
Frequency	12	30	34	65	45	25	18

58. Calculate D_6 , P_{40} , and Q_2 from the following data:

Marks	0- 10	10- 20	20- 30	30- 40	40- 50	50- 60	60- 70
No. of Students	4	8	11	15	12	6	3

59. Calculate P_7 , and P_{70} from the following data:

X	0- 10	10- 20	20- 30	30- 40	40- 50	50- 60	60- 70
f	7	10	12	15	10	6	3

60. Calculate the mean from the following data:

X	10- 20	20- 30	30- 40	40- 50	50- 60
f	7	11	12	6	8

61 Calculate the Mean and Mode from the following data:

X	45- 49	40- 44	35- 39	30- 34	25- 29	20- 24	15- 19	10- 14	5- 9	0- 4
f	1	3	3	8	8	3	4	4	2	2

62. Calculate Median from the following data:

X	80- 84	75- 79	70- 74	65- 69	60- 64	55- 59	50- 54	45- 49	40- 44	35- 39	30- 34
f	1	2	5	2	7	5	8	8	7	14	1

63. Calculate Median from the following data:

x	10	15	18	20	22	30	35	40
---	----	----	----	----	----	----	----	----

64. Calculate mode from the following data:

X	0-9	10- 19	20- 29	30- 39	40- 49	50- 59	60- 69	70- 79	80- 89	90- 99
f	2	2	3	6	7	10	7	6	5	3

65. Calculate D_9 , P_{85} from the following data:

x	10	12	18	20	22	25	30	35	38
---	----	----	----	----	----	----	----	----	----

66. Calculate the Mean from the following data:

X	35- 39	40- 44	45- 49	50- 54	55- 59	60- 64	65- 69	70- 74	75- 79	80- 84
f	5	1	7	13	4	7	7	7	5	4

67. Calculate the Q_2 , D_5 and P_{50} from the following data:

X	5	10	15	18	20	22	25	30
f	2	4	8	10	7	6	4	2

68. Calculate the Mode from the following data:

Marks	10- 20	20- 30	30- 40	40- 50	50- 60	60- 70	70- 80
Frequency	5	10	8	15	9	4	3

69. Calculate the Median and Mode from the following data:

Marks	0- 10	10- 20	20- 30	30- 40	40- 50	50- 60	60- 70	70- 80
Frequency	4	12	24	36	20	16	8	5

70 Calculate the 6th and 9th deciles from the following data:

Size	5	10	15	20	25	30	35
frequenc	10	15	24	25	11	9	5

71. Calculate Second 2nd and Eighth 8th Decile from the following data:

Size	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
frequenc	2	3	5	6	8	10	9	7	6	4

72. Calculate the Mean and Median from the following data:

Size	0-4	4- 8	8- 12	12- 16	16- 20	20- 24	24- 28
Frequency	7	9	13	18	25	10	5

73. Calculate mean from the following data:

Class Interval	10	20	30	40	50	60	70
frequency	1	5	12	22	17	9	4

74. Calculate the Mean from the following data:

X	10- 20	20- 30	30- 40	40- 50	50- 60	60- 70	70- 80	80- 90	90- 100
f	1	2	3	5	7	12	16	10	4

75. Calculate the twenty 20th and Sixty 60th Percentile from the following data:

x	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
f	10	14	15	18	22	25	21	16	12	7

76. Calculate the Median and Mode from the following data:

X	0- 20	20- 40	40- 60	60- 80	80- 100	100- 120	120- 140	140- 160	160- 180	180- 200
f	12	15	18	21	25	20	19	17	16	12

77. Calculate th Mean from the following data:

X	0- 15	15- 30	30- 45	45- 60	60- 75	75- 90	90- 105	105- 120	120- 135	135- 150
f	8	10	14	18	20	25	19	16	11	9

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

78. Calculate the Q_1 and Q_3 from the following data:

Marks	10	20	30	40	50	60	70
No. of Students	4	7	12	17	10	6	3

79. Calculate Twenty first 21^{st} and Seventy six 76^{th} Percentile from the following data:

x	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
f	10	14	15	18	22	25	21	16	12	7

80. Calculate Mean from the following data:

X	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
f	3	4	6	8	10	9	7	6	5	2

81. Calculate the Q_2, D_7, P_{35} from the following data:

x	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
f	7	10	12	15	18	14	12	9	6	5

82. Calculate Q_1, Q_3, D_5 and P_{40} from the following data:

x	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
f	13	16	20	22	25	21	17	12	10	8

83. Calculate the Mean and Mode from the following data:

X	Less than 10	Less than 20	Less than 30	Less than 40	Less than 50	Less than 60	Less than 70	Less than 80
f	15	30	53	75	100	110	115	125

84. Calculate the D_4, Q_2 and P_{65} from the following data:

x	10-25	25-40	40-55	55-70	70-85	85-100
f	6	20	44	26	3	1

85. Find out Mean and Median from the following data:

x	58	59	60	61	62	63	64	65	66
f	15	20	32	35	33	22	20	10	8

86. Find out 30^{th} and 70^{th} Percentiles from the following data:

Marks	10	20	30	40	50	60	70	80
No. of students	7	13	18	25	22	10	3	2

87. Calculate the Mean from the following data:

Size	6	7	8	9	10	11	12
frequency	3	6	9	13	8	5	4

88. Find out 4th and 8th deciles from the following data:

Age(in years)	15	22	29	36	43	50	57	64	71
No. of Persons	10	17	23	35	42	33	25	10	5

89. Find out 1st and 3rd quartiles from the following data:

x	5	10	15	20	25	30	35	40	45
f	20	43	75	76	72	45	9	8	5

90. Calculate the Median from the following data:

Marks	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
No. of Students	11	18	25	28	30	33	22	15	12	10

91. Calculate mean and median from the following data:

x	5	10	15	20	25	30
f	4	8	10	16	7	5

92. Calculate Mean and Median from the following data:

Marks	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30
No. of Students	4	2	8	12	10	3

93. Calculate the Mean from the following data:

Class	0-30	30-60	60-90	90-120	120-150	150-180	180-210
Frequency	9	17	43	82	81	44	34

94. Calculate mean from the following data:

Class	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
Frequency	5	9	14	22	21	15	10	4

95. Calculate mean from the following data:

Marks	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
No. of Students	5	7	8	15	17	6

96. Calculate the 10th Percentiles from the following data:

x	2	4	6	8	10	12	14
f	1	2	3	4	1	2	3

97. Calculate Median from the following data:

x	2	4	6	8	10	12	14	16
---	---	---	---	---	----	----	----	----

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

98. Calculate the Median from the following data:

Marks	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25
No. of Students	0	1	2	3	1

99. Find the 4th Deciles from the following data:

x	5	6	7	9	11	12
---	---	---	---	---	----	----

100. Calculate the 30th Percentiles from the following data:

x	5	10	12	14	16	18
f	1	2	3	1	2	3

101. Calculate the mean from the following data:

x	8	10	12	14	16	18	20
---	---	----	----	----	----	----	----

102. Calculate First Quartiles from the following data:

x	4	6	8	10	12	15	16
---	---	---	---	----	----	----	----

103. Calculate the Mode from the following data:

Marks	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50
No. of Students	5	8	15	20	30	20	15	10	3	2

104. Calculate the Median from the following data:

x	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
f	2	16	30	40	30	20	8	4

105. Calculate the 76th Percentile from the following data:

X	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50
F	5	10	17	23	37	28	22	18	8	2

106. Calculate the Mean from the following data:

x	10	12	14	16	18	20
f	3	7	12	18	10	5

107. Calculate the 7th Decile from the following data:

x	10	20	30	40	50	60	70	80
f	04	06	10	16	12	8	3	1

108. Find out 4th and 9th deciles from the following information:

x	5	15	25	35	45	55	65	75	85	95
f	11	18	25	28	30	33	22	15	12	10

109. Find out 1st and 3rd quartiles from the following data:

Wages In Rs.	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55	55-60	60-65	65-70
F	12	18	22	27	17	23	29	8

110. Calculate the mean and Median from the following data:

x	10	20	30	40	50	60	70	80	90
f	2	60	101	152	205	155	89	40	1

111. Calculate the Mean from the following data:

Size	1-3	3-5	5-7	7-9	9-11	11-13	13-15	15-17
Frequency	6	53	85	56	21	16	4	4

112. Find out 35th and 85th Percentiles from the following data:

x	80	90	100	110	120	130	140	150
f	5	6	8	7	9	8	9	6

113. Calculate Mean and Median from the following data:

X	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
F	6	13	18	27	50	31	19	6

114. Find out Mean from the following data:

x	5	15	25	35	45	55	65
f	10	15	25	25	10	10	5

115. Calculate the Q_1 , Q_3 from the following data:

X	0-11	11-22	22-33	33-44	44-55	55-66	66-77	77-88	88-99	99-110
F	50	100	125	50	75	25	25	100	50	100

116. Calculate the Median and Mode from the following data:

Income (Rs.) X	100-110	110-120	120-130	130-140	140-150	150-160	160-170	170-180
No. of Families(F)	4	6	20	32	33	17	8	2

117. Calculate Lower Quartile and Upper Quartile from the following data:

Marks	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
Frequency	11	16	22	25	32	21	13	9

118. Calculate the Mean from the following data:

Marks	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40
Frequency	3	5	8	15	24	16	12	7

119. Calculate Mean from the following data:

x	10	20	30	50	60	80	90	100
---	----	----	----	----	----	----	----	-----

120. Calculate Q_1 and Q_3 from the following data:

x	10	20	30	40	50	60	70	80
---	----	----	----	----	----	----	----	----

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

121. Calculate the Mean and Median from the following information:

X	More than 100	More than 200	More than 300	More than 400	500-600	600-700	700-800
f	100	97	90	70	40	25	15

122. Calculate the Mean from the following data:

X	-30 to -20	-20 to -10	-10 to 0	0 to 10	10 to 20	20 to 30	30 to 40	40 to 50
f	8	6	5	6	5	15	35	20

123. Calculate the Q_1 , Q_3 from the following data:

x	30	40	50	60	70	80	90	100
f	10	14	15	17	13	20	50	11

124. Calculate the Mean and Median from the following data:

x	58	59	60	61	62	63	64	65	66
f	15	20	32	35	33	22	20	10	8

125. Calculate the Mode from the following data:

Class	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55	55-60
Frequency	50	70	80	180	150	120	70	50

126. find out Q_1 , Q_3 from the following data:

Class	0-4	4-6	6-8	8-12	12-18	18-20
Frequency	4	6	8	12	7	2

127. Find out the D_6 & P_{30} from the following data:

X	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100	100-110
F	24	58	63	102	68	52	28	4

128. Calculate the Mean from the following data:

x	10	20	30	40	50	60	70	80	90
f	3	7	9	10	11	12	15	18	15

129. Find out the Mean and Median from the following data:

X	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
F	10	14	15	17	13	20	50	11

130. Calculate the Mean and Median from the following data:

x	10	15	20	30	40	50
f	8	12	15	10	3	2

131. Find out 40th & 55th Percentiles from the following data:

x	40	42	44	46	48	50	52	54	56
f	3	5	8	11	10	12	6	5	4

132. Calculate the Mean from the following data:

X	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100	100-120	120-140	140-160	160-180	180-200
F	3	5	8	11	13	20	15	10	8	7

133. Find out the Mode from the following data:

x	15	25	35	45	55	65	75	85
f	5	9	13	21	20	15	8	3

134. Find out 2nd and 3rd Quartiles from the following data:

x	3	7	9	1	13	14	16	17
f	20	7	4	21	19	18	6	2

135. Find out Q_1 and Q_3 from the following data:

x	10	11	12	16	18	20
f	2	7	10	8	4	8

136. Calculate the Mean and Median from the following data:

Size	Above 100	Above 200	Above 300	Above 400	Above 500	Above 600	Above 700	Above 800
f	500	460	390	290	170	80	70	50

137. Find out 3rd and 9th deciles from the following data:

x	20	22	24	26	28	30	32	34	36
f	9	13	19	22	24	21	18	14	10

138. Calculate the Q_1 and Q_3 from the following data:

X	300-325	325-350	350-375	375-400	400-425	425-450	450-475	475-500
F	5	17	80	227	326	248	88	9

139. Calculate Mode from the following data:

X	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
F	150	350	400	200	75	50	25

140. Find out 1st and 3rd Quartiles from the following data:

x	5	15	25	35	45	55	65
f	10	15	25	25	10	10	5

141. Calculate the Mean and Median from the following data:

x	10	11	12	13	14	15	16	17	18
f	5	7	10	11	15	12	6	3	1

142. Find out 60th and 90th Percentiles from the following data:

x	60	62	64	66	67	68	69	70	71
f	250	300	410	500	350	275	150	100	25

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

143. Calculate the Mean from the following data:

x	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
f	5	10	20	25	40	42	45	48	70	80

144. Calculate the Mean from the following data:

X	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
F	185	77	34	180	136	23	50

145. Calculate the Mean from the following data:

X	0-6	6-12	12-18	18-24	24-30
F	3	9	15	21	27

146. Calculate first and third quartile from the following data:

X	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
F	14	17	22	26	23	18

147. Calculate the Mean from the following data:

X	6	7	8	9	10	11	12
F	3	6	9	13	8	5	4

148. Calculate the Median from the following data:

X	1	2	3	4	5	6	7
F	7	60	45	80	65	73	50

149. Calculate the Mean and Mode from the following data:

X	6	12	18	24	30	36	42
F	4	7	9	18	15	10	5

150. Calculate the Median from the following data:

X	15-25	25-35	35-45	45-55	55-65
F	9	29	32	21	9

151. Find out the 6th Decile and 30th Percentile from the following data:

X	10	15	20	25	30	35	40
F	7	10	12	18	16	10	7

152. Calculate Mean from the following data:

X	Less than 10	Less than 20	Less than 30	Less than 40	Less than 50	Less than 60	Less than 70	Less than 80
f	22	60	114	189	261	325	356	366

153. Calculate Mean from the following data:

X	0-5	6-10	11-15	16-20	21-25	26-30	31-35
F	5	7	18	25	20	4	1

154. Calculate the Mean and Median from the following data:

X	More than 50	More than 60	More than 70	More than 80	More than 90	More than 100	More than 110	More than 120
f	65	57	47	31	17	7	2	0

155. Calculate the Mean and median from the following data:

X	Less than 10	Less than 20	Less than 30	30-40	40-50	50-60	60-70
f	5	8	15	20	30	33	35

156. Calculate the Mean and median from the following data:

X	Less than 70	Less than 60	Less than 50	Less than 40	Less than 30	Less than 20	Less than 10
f	7	18	40	40	63	70	75

157. Calculate the Mean from the following data:

X	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
F	5	8	15	16	6

158. Calculate the Q_1 and Q_3 from the following data:

X	4.5	5	5.5	6	6.5	7	7.5	8	8.5	9	9.5	10	10.5	11
F	1	2	4	5	15	30	60	95	82	75	44	25	15	4

159. Calculate the Mean from the following data:

X	More than 20	More than 40	More than 60	More than 80	More than 100	More than 120	More than 140
f	5	11	18	32	12	6	2

160. Calculate the Mean from the following data:

X	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90-
	-10	-20	-30	-40	-50	-60	-70	-80	-90	100
F	7	9	8	6	5	5	10	30	12	8

161. Calculate the Mode from the following data:

X	More than 330	More than 340	More than 350	More than 360	More than 370	More than 380	More than 390
f	520	470	399	210	105	45	7

162. Calculate the Median from the following data:

X	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
F	4	8	11	15	12	6	3

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

163. Calculate the Mean and Median from the following data:

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
F	15	16	21	10	17	8	4	2	1	2	2	0	2

164. Calculate the Q_1 and Q_3 from the following data:

x	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
f	40	36	37	16	39	33	19	32	22	60	15

165. Calculate the Mean and Median from the following data:

X	10	15	20	25	30	35	40
F	7	10	12	18	16	10	7

166. Calculate the Mode from the following data:

X	0-10	0-20	0-30	0-40	0-50	0-60
F	6	14	30	40	46	50

167. Calculate the Mean and Mode from the following data:

X	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
F	185	77	34	180	136	23	50

168. Calculate the Mean from the following data:

Value	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
Frequency	15	25	40	50	35	20	15

169. Calculate the Median from the following data:

Class	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40
Frequency	8	19	29	36	25	13	3

170. Find out third Quartile and 6th Decile from the following data:

X	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16
F	20	24	32	28	22	18	16	10

171. Calculate Mode from the following data:

Class	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40
Frequency	12	23	24	62	35	14

172. Calculate 25th Percentile from the following data:

Age	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
F	8	12	20	32	30	28	12	8

173. Calculate the Mean from the following data:

Earnings (Rs.)	50-100	100-150	150-200	200-250	250-300	300-350	350-400	400-450	450-500
No. of Labourers	48	72	89	103	127	110	90	78	43

174. Find out Median and Mode from the following data:

X	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50
F	29	51	62	75	99	85	70	53	32	24

175. Find out Mean:

X	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40
F	2	5	7	13	21	16	8	3

176. find out Mean, Median and Mode from the following data:

X	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
F	8	10	13	17	19	15	11	9	6

177. find out Mean ,Median and Mode from the following data:

X	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
F	11	17	23	27	39	25	21	17	10

178. find out Mean ,Median and Mode from the following data:

X	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45
F	9	14	18	12	9	6	5	2	1

179. find out Mean ,Median and Mode from the following data:

X	11-12	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19
F	7	10	15	17	20	14	11	6

180. find out Mean ,Median and Mode from the following data:

X	More than 0	More than 10	More than 20	More than 30	More than 40	More than 50	More than 60	More than 70	More than 80	More than 90
f	120	107	100	87	73	65	47	33	20	9

181. find out Mean ,Median and Mode from the following data:

X	More than 10	More than 20	More than 30	More than 40	More than 50	More than 60	More than 70	More than 80	More than 90
f	105	96	84	74	61	50	35	24	15

182. find out Mean ,Median and Mode from the following data:

X	More than 0	More than 5	More than 10	More than 15	More than 20	More than 25	More than 30	More than 35	More than 40	More than 45
f	90	85	72	55	32	28	20	16	10	6

183. find out Mean ,Median and Mode from the following data:

X	More than 2	More than 4	More than 6	More than 8	More than 10	More than 12	More than 14	More than 16	More than 18	More than 20
f	95	90	82	75	60	47	31	22	14	7

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

185. find out Mean ,Median and Mode from the following data:

X	Less than 10	Less than 30	Less than 60	Less than 100	Less than 150	Less than 210	Less than 280
f	7	12	26	42	50	60	65

186. find out Mean ,Median and Mode from the following data:

X	Less than 4	Less than 6	Less than 8	Less than 10	Less than 12	Less than 14	Less than 16	Less than 18	Less than 20
f	11	24	39	57	70	82	92	100	105

187. find out Mean ,Median and Mode from the following data:

X	Less than 10	Less than 20	Less than 30	Less than 40	Less than 50	Less than 60	Less than 70	Less than 80
f	10	24	40	54	65	78	95	108

188. find out Mean ,Median and Mode from the following data:

X	Less than 20	Less than 30	Less than 40	Less than 50	Less than 60	Less than 70	Less than 80	Less than 90
f	5	15	29	50	71	86	97	100

189. find out Mean ,Median and Mode from the following data:

X	More than 10	More than 20	More than 30	More than 40	More than 50	More than 60	More than 70
f	100	97	90	70	40	25	15

190. find out Mean ,Median and Mode from the following data:

X	More than 00	More than 10	More than 20	More than 30	More than 40	More than 50	More than 60	More than 70	More than 80
f	150	140	100	80	80	70	30	14	0

191. find out Mean ,Median and Mode from the following data:

X	More than 5	More than 10	More than 15	More than 20	More than 25	More than 30	More than 35
f	110	97	78	51	32	15	10

192. find out Mean ,Median and Mode from the following data:

X	More than 10	More than 20	More than 40	More than 70	More than 110	More than 160	More than 220
f	87	77	59	47	30	22	15

सरावासाठी प्रश्न:

1. द्वितीयक सामग्री टिप द्या.
2. वर्गीकरण टिप द्या.
3. प्राथमिक माहिती संग्रहणाच्या पध्दती स्पष्ट करा.
4. सांख्यिकीची व्याख्या सांगून सांख्यिकीची व्याप्ती स्पष्ट करा.
5. सांख्यिकी म्हणजे काय? सांख्यिकीचे महत्व सांगा.
6. द्वितीय माहिती संग्रहणाची व्याख्या सांगा आणि द्वितीय माहिती संग्रहणाचे स्रोत सांगा.
7. प्राथमिक सामग्री टिप द्या.
8. सारणीयनांचे प्रकार टिप द्या.
9. सांख्यिकी म्हणजे काय? सांख्यिकीचे कार्य सांगा.
10. प्राथमिक माहिती संग्रहणाची व्याख्या सांगा आणि तिच्या पध्दती स्पष्ट करा.
11. सारणीयन टिप द्या.
12. सांख्यिकीच्या मर्यादा टिप द्या.
13. आकृत्यांचे / चित्रांचे प्रकार सांगा.
14. नमुना पध्दतीवर टिप द्या.
15. संपूर्ण चौकशी म्हणजे काय? त्याचे गुण दोष सांगा.
16. आदर्श प्रश्नावलीचे गुणधर्म सांगा.
17. सांख्यिकीची व्याप्ती टिप द्या.
18. सारणीयण म्हणजे काय? तिचे उद्देश स्पष्ट करा.
19. द्वितीय सामग्रीचे स्रोत सांगा.
20. प्राथमिक सामग्री संग्रहणाच्या विविध पध्दती विषयी चर्चा करा.
21. वर्गीकरण म्हणजे काय? वर्गीकरणाचे उद्देश स्पष्ट करा.
22. समग्र अनुसंधानाचे / संपूर्ण चौकशीचे गुण दोष स्पष्ट करा.(census Survey)
23. चौकशीच्या पायऱ्या टिप द्या.
24. प्राथमिक सामग्रीचे स्रोत
25. पदमाला म्हणजे काय? पदमालेचे प्रकार सांगा.
26. द्वितीयक सामग्री संग्रहण म्हणजे काय? तिचे गुण दोष स्पष्ट करा.
27. प्रश्नावली म्हणजे काय? आदर्श प्रश्नावलीच्या गुणंचे वर्णन करा.
28. चतुर्थक / दशमक / शतमक टिप द्या.
29. दंडाकृतीचे विविध प्रकार उदाहरणाने स्पष्ट करा.
30. मध्य, मध्यका व बहुलक हया संकल्पना स्पष्ट करा.
31. सांख्यिकी हे साधन आहे साध्य नाही चर्चा करा.
32. मध्य म्हणजे काय? तीचे गुण दोष सांगा.
33. मध्यका म्हणजे काय? तीचे गुण दोष सांगा.
34. बहुलक म्हणजे काय? तीचे गुण दोष सांगा.
35. सांख्यिकी म्हणजे काय स्पष्ट करून विविध तज्ञांच्या व्याख्या स्पष्ट करा.
36. सांख्यिकी हे माध्याचे शास्त्र आहे. स्पष्ट करा.

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

37. सांख्यिकी हे अनुमान व संभावनाचे शास्त्र आहे स्पष्ट करा.
38. सांख्यिकी हे विज्ञान नसून वैज्ञानिक पद्धती आहे स्पष्ट करा.
39. सांख्यिकी शास्त्र व कला दोन्ही आहे स्पष्ट करा.
40. सांख्यिकीचे कार्य स्पष्ट करा.
41. सांख्यिकीचे वैशिष्ट्ये / लक्षणे स्पष्ट करा.
42. सांख्यिकी म्हणजे काय सांगून तिचे स्वरूप स्पष्ट करा.
43. सांख्यिकीचे महत्व विषद करून मर्यादा सांगा.
44. सांख्यिकी व अर्थशास्त्र यातील संबंध सांगा.
45. सांख्यिकी व गणित यातील संबंध सांगा.
46. सांख्यिकी व शासन यातील संबंध सांगा.
47. सांख्यिकीची व्याप्ती स्पष्ट करा.
48. सांख्यिकीची अविश्वानियता स्पष्ट करा.
49. सांख्यिकीय विश्व ही संकल्पना स्पष्ट करा.
50. सांख्यिकी हे साधन आहे, साध्य नाही चर्चा करा.
51. सांख्यिकीय सर्वेक्षणाच्या अवस्था स्पष्ट करा ?
52. सांख्यिकीय चौकशी पूर्वी कोणत्या बाबींची काळजी घ्यावी ?
53. सांख्यिकीय चौकशी म्हणजे काय ?
54. सांख्यिकीय चौकशीचे एकक कोणते ते स्पष्ट करून प्रकार सांगा ?
55. सर्वेक्षणाची अंमलबजावणी.
56. सांख्यिकीय आराखडा.
57. सांख्यिकीय चौकशीची पद्धत/तंत्र.
58. सांख्यिकीय चौकशीची व्याप्ती.
59. सत्यतेच्या मर्यादा ठरविणे.
60. प्राथमिक आकडेवारी संग्रहणाच्या पद्धती स्पष्ट करा.
61. दुय्यम चौकशी म्हणजे काय ? दुय्यम आकडेवारी संग्रहणाचे स्रोत स्पष्ट करा.
62. आदर्श प्रश्नावली टिप द्या.
63. नमुना पद्धती म्हणजे काय ? नमुने निवडण्याचा भिन्न पद्धती स्पष्ट करा.
64. नमुना पद्धतीचे गुण दोष सांगा
65. आकृत्या व लेखाचे महत्त्व सांगून त्या काढताना कोणती दक्षता घ्यावी लागते?
66. दंडाकृती म्हणजे काय? तिच्या विविध प्रकारांची चर्चा करा.
67. **आकृत्या व आलेखाचे महत्त्व** सांगा.
68. **आकृत्यांचे प्रकार (Types of Diagrams)**
69. **आलेख (Graphs)**

Economics Statistical Method – (MCQ.)

- १) सांख्यिकीचा वापर केला जातो.
 (a) अर्थशास्त्र (b) व्यवसाय व्यवस्थापन
 (c) वाणिज्य व उद्योग (d) वरील सर्व
- २) प्राथमिक माहिती गोळा करणाऱ्या पद्धती
 (a) मुलाखत पद्धत (b) निरीक्षण पद्धत
 (c) प्रश्नावली पद्धत (d) वरील सर्व
- ३) चतुर्थकाचे मुल्य निरीक्षणाद्वारे किती भागात विभागले जाते.
 (a) दोन समान भाग (b) चार समान भाग
 (c) पाच समान भाग (d) वरीलपैकी एक ही नाही.
- ४) खालील निरीक्षणाद्वारे माध्य कोणते.
 ५, ८, ६, ९, १०, ४
 (a) ६ (b) ७
 (c) ८ (d) वरीलपैकी एकही नाही.
- ५) २, ५, ८, ४, ९, ६, १५ या पदमालिकेची मध्यका आहे.
 (a) ९ (b) ८ (c) ५ (d) ६
- ६) माध्याचे (सरासरीचे) प्रकार ----- आहेत.
 (a) ३ (b) ४ (c) ८ (d) ५
- ७) खंडीत मालिकेतील तिसऱ्या चतुर्थकाचे सूत्र :
 (a) $(\frac{N+1}{4})$ (b) $\frac{3(N+1)}{4}$ (c) $\frac{3(N+1)}{2}$ (d) $\frac{3(N+1)}{10}$
- ८) मध्य प्रवृत्तीच्या मोजमापाला ओळखतात.
 (a) फरक (b) सरासरी
 (c) दोन्हीही a व b (d) वरीलपैकी एकही नाही.
- ९) खालीलपैकी कोणती एक द्वितीयक माहिती संग्रहणाची पद्धती आहे ?
 (a) प्रश्नावली (b) मुलाखत
 (c) प्रस्तुतीकरण (d) सरकारी अहवाल

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

१०)समंकाच्या ओळी आणि स्तंभातील सुव्यवस्थित मांडणीला म्हणतात.....

- (a) वर्गीकरण (b) सारणीयन
(c) आलेख (d) मालिकाकरण

११) “संभाव्यता आणि अपेक्षांचा अभ्यास करणारे शास्त्र म्हणजे सांख्यिकी होय.” ही व्याख्या कोणाची आहे.

- (a) बॉउले (b) क्रोझन
(c) बोडिंग्टन (d) थुल आणि कॅनडॉल.

१२. खालीलपैकी कोणता एक वर्गीकरणाचा प्रकार नाही?

- (a) कालानुसार वर्गीकरण (b) गुणात्मक वर्गीकरण
(c) संख्यात्मक वर्गीकरण (d) सामाजिक वर्गीकरण

१३) सांख्यिकीच्या मर्यादा कोणत्या आहेत?

- (a) सांख्यिकी व्यक्तीचा अभ्यास करीत नाही,
(b) सांख्यिकी गुणांचा अभ्यास करीत नाही.
(c) सांख्यिकीचे निष्कर्ष हे सरासरी खरे ठरणारे असतात
(d) वरील सर्व

१४) खालील पैकी सत्य विधान ओळखा :

- (a) सांख्यिकी फक्त गुणात्मक विवेचन करते.
(b) सांख्यिकीचा उपयोग फक्त सामाजिक शास्त्रातच होतो.
(c) सांख्यिकी एका व्यक्तीचा अभ्यास करीत नाही.
(d)सांख्यिकीचा उपयोग फक्त नैसर्गिक शास्त्रामध्येच केला जातो.

१५) खालील माहितीच्या आधारे मध्य काढा. (Mean)

$X : 8, 10, 12, 14, 16$

- (a) १० (b) १२ (c) १४ (d) १६

१६) खालीलपैकी कोणती एक द्वितीय आकडेवारी संग्रहणाची पद्धती आहे?

- (a) मुलाखत (b) प्रश्नावली
(c) अप्रत्यक्ष मौखिक मुलाखत (d) पुस्तके.

१७) खालील माहितीच्या आधारे बहुलक काढा.

X : 10, 12, 10, 14, 10, 16

(a) १० (b) १२ (c) १४ (d) १६

१८) खालीलपैकी कोणते वर्गीकरणाचे उद्दिष्टे आहेत.

- (a) तुलना करणे.
 (b) महत्वाच्या आकडेवाडीवर लक्ष केंद्रीत करणे
 (c) समान गुणाच्या मुल्यांचे असमान गुणाच्या मुल्यापासून विभाजन करणे.
 (d) वरीलपैकी सर्व

१९) खालीलपैकी कोणत्या एका पदमालेत मुल्याची वारंवारीता दिली जात नाही ?

- (a) साधी पदमाला (b) खंडीत पदमाला
 (c) संतत पदमाला (d) अपवर्जक पदमाला

२०) खालील माहितीच्या आधारे पहिले चतुर्थ काढा.

X	4	6	8	10	12
cf	1	2	3	4	5

(a) 4 (b) 8 (c) 6 (d) 12

२१) खालीलपैकी कोणती माहिती संग्रहणाचे स्त्रोत आहेत.

- (a) प्राथमिक पद्धती (b) द्वितीय पद्धती
 (c) साधी पद्धती (d) पर्याय a व b

२२) संग्रहीत माहितीचे संख्यात्मक गुणानुसार वर्गीकरण म्हणजे

- (a) गुणात्मक वर्गीकरण (b) संख्यात्मक वर्गीकरण
 (c) काळानुसार वर्गीकरण (d) भूमीतीय वर्गीकरण

२३) खालील माहितीच्या आधारे ३० वे शतमक काढा: (P_{30})

X	f	c.f.
5	1	1
10	2	3
12	1	4
14	2	6
16	3	9

(a) 5 (b) 10 (c) 12 (d) 14

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

२४) खालील पैकी सत्य कथन ओळखा.

- (a) वर्गीकरण आणि सारणीयन हे स्वतंत्र घटक नाहीत.
- (b) वर्गीकरण आणि सारणीयन हे स्वतंत्र घटक आहेत.
- (c) वर्गीकरण आणि सारणीयन यांच्यामध्ये सहसंबंध नसतो.
- (d) सारणीयनचा उपयोग वर्गीकरणाला होत नाही.

२५) साध्या सारणीयन मध्ये

- (a) एकाच गुणांचा अभ्यास होतो. (b) दोन गुणांचा अभ्यास होतो.
- (c) विविध गुणांचा अभ्यास होतो. (d) गुणांचा अभ्यास केला जात नाही.

२६) एकूण अवलोकनाचे दोन समान भाग केले असता. मध्यभागाचे मूल्य म्हणजे होय.

- (a) चतुर्थक (b) समांतर माध्य
- (c) बहुलक (d) मध्यका

२७) दशमकाचे मुल्य किती भागात विभागले जाते.

- (a) चार समान भागात (b) दहा समान भागात
- (c) नऊ समान भागात (d) दोन समान भागात

२८) पुस्तकाद्वारे गोळा केलेल्या माहितीला म्हणतात

- (a) प्राथमिक माहिती (b) द्वितीयक माहिती
- (c) संग्रहीत माहिती (d) संख्यात्मक माहिती

२९) खालील पदमाला पूर्ण करा.

X

----10

10-20

20-30

30-40

40----

(a) 0 आणि 10

(b) 10 आणि 0

(c) 0 आणि 50

(d) 50 आणि 60

30) शतमकाचे मुल्य किती समान भागात विभागले जातात.

- (a) शंभर समान भागात (b) नव्यान्नव समान भागात
- (c) दहा समान भागात (d) चार समान भागात

३१) व्यापार आणि अर्थशास्त्रात प्रामुख्यानेचा उपयोग जास्त होतो.

- (a) दशमक (b) शतमक
(c) चतुर्थक (d) बहूलक

३२) खालीलपैकी सत्य (कथन) ओळखा.

- (a) मध्यका = द्वितीय चतुर्थक = पाचवा दशमक = पन्नासावा शतमक
(b) बहूलक = तृतीय चतुर्थक = पाचवे दशमक = शंभरावे शतमक
(c) मध्यका = प्रथम चतुर्थक = पाचवा दशमक = पन्नासावा शतमक
(d) मध्यका = द्वितीय चतुर्थक = पाचवा दशमक = तिसावे शतमक

३३) खालील पैकी कोणते सारणीयनचे प्रकार आहेत ?

- (a) एकमार्गी सारणीयन (b) द्विमार्गी सारणीयन
(c) बहुगुणी सारणीयन (d) वरील सर्व

३४) खालील माहितीच्या आधारे ४ थे दशमक काढा.

X	cf	(a) 5
5	1	(b) 6
6	2	(c) 7
7	3	(d) 9
9	4	

३५) खालील पैकी योग्य सुत्र ओळखा.

- (a) $Z = 2M - 3a$ (b) $z = 3M - 2a$
(c) $z = 3Q - 2M$ (d) $z = 3M + 2a$

३६) जर $N = 8$, तर $P_{10} = ?$ काढा:

- (a) 0.90 (b) 90 (c) 9 (d) 0.09

३७) खालीलपैकी कोणती एक प्राथमिक माहिती संग्रहणाची पद्धती आहे ?

- (a) पुस्तके (b) अहवाल
(c) मासिके (d) अप्रत्यक्ष मौखिक मुलाखत

३८) सोडवा. $10 + \frac{20-10}{5}(10 - 15)$

- (a) 1 (b) 20 (c) 10
(d) 0

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

३९) सोडवा. $Q_3 = 10 \frac{20-10}{10} (20 - 10)$

- (a) 1 (b) 10 (c) 20
(d) 5

४०) सांख्यिकी हे कोणत्या प्रकारचे शास्त्र आहे ?

- (a) नैसर्गिक शास्त्र (b) आदर्शवादी शास्त्र
(c) गणितीय शास्त्र (d) सामाजिक शास्त्र

४१) जर $M = 10$, $a = 5$, तर $Z = 3M - 2a = ?$

- (a) 10 (b) 20 (c) 25 (d) 5

४२) खालीलपैकी मध्य बिंदूचे सूत्र कोणते ते ओळखा. (MV)

(a) $MV = \frac{L_1 - L_2}{2}$ (b) $MV = \frac{L_2 + L_1}{2}$
(c) $MV = \frac{L_2 + L_1}{4}$ (d) $MV = \frac{L_2 - L_1}{2}$

४३) २०-४० या गटाचा मध्यबिंदू कोणता ?

- (a) २५ (b) ३० (c) २० (d) ३५

४४) "सांख्यिकीय म्हणजे संख्यांचे संग्रहन, मांडणी, विश्लेषण, व प्रस्तुतीकरण होय." ही व्याख्या कोणाची आहे. ?

- (a) क्रोझन आणि कोडान (b) बोडिंग्टन
(c) थुल आणि कॅन्डॉल (d) बाउले.

४५) सांख्यिकीय आहे.

- (a) कला (b) शास्त्र
(c) कला व शास्त्र (d) वरील पैकी नाही.

४६) खालील पैकी कोणता एक दंडाकृतीचा प्रकार नाही ?

- (a) साधी दंडाकृती (b) बहू दंडाकृती
(c) विभाजित दंडाकृती (d) सरासरी दंडाकृती

४७) सरासरीचे प्रकार किती ?

- (a) ३ (b) ४ (c) ५ (d) ७

४८) माध्य(Mean) काढण्याच्या पद्धती किती?

- (a) ३ (b) ४ (c) ५ (d) २

४९) खालील माहितीच्या आधारे माध्य (Mean) काढा ?

X : 10, 12, 14, 16, 18

- (a) 12 (b) 14 (c) 16 (d) 18

५०) खालील दिलेल्या गट I व गट II मधून योग्य जोड्या जुळवून संकेताचा पर्याय निवडा.

गट I

गट II

(A) मध्य (Mean) i) $L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f_1} (d - c)$

(B) चतुर्थक (Quartiles) ii) $x + \frac{\sum f dx}{N}$

(C) शतमक (Percentiles) iii) $L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f_1} (q - c)$

(D) दशमक (Deciles) vi) $L_1 + \frac{L_2 + L_1}{f_1} (P - c)$

संकेतांक

	(A)	(B)	(C)	(D)
(a)	(ii)	(iii)	(iv)	(i)
(b)	(ii)	(iii)	(i)	(iv)
(c)	(iii)	(i)	(ii)	(iv)
(d)	(iv)	(ii)	(iii)	(i)

५१) खालील कोणते मध्यकेचे (Median) सूत्र आहे.

a) $L_1 + \frac{f_1 - f_2}{f_1} (m - c)$

b) $L_1 + \frac{L_1 - L_2}{f_1} (m - c)$

c) $M = \frac{N+1}{4}$

d) $L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f_1} (m - c)$

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

५२) सोडवा. $a = 25 + \frac{-5}{5} \times 5$

(a) 30 (b) 25 (C) 20 (d) 10

५३) वर्तुळाकृती एकुण असते.

(a) 60^0 (b) 90^0 (c) 180^0 (d) 360^0

५४) प्रश्नावली द्वारे गोळा केलेल्या माहितीला म्हणतात

(a) प्राथमिक माहिती (b) द्वितीयक माहिती
(c) संग्रहित माहिती (d) संख्यात्मक माहिती

५५) संचित वारंवारिता म्हणजे

(a) मुल्याची बेरीज (b) मुल्याचे विचरण
(c) वारंवारितेची बेरीज (d) विभाजित मुल्य

५६) निश्चित मध्यापासून घेतलेल्या विचलनाची बेरीज नेहमी असते.

(a) ० (b) १ (c) १० (d) १००

५७) कोणती आकृती आडव्या आणि उभ्या रेषांनी तयार झालेली असते.

(a) दंडाकृती (b) आयताकृती
(c) चौरसाकृती (d) वर्तुळाकृती

५८) खालील पैकी कोणत्या एका पदमालेत मुल्याचे विविध गट दिले जातात.

(a) साधी पदमाला (b) खंडीत पदमाला
(c) संतत पदमाला (d) अपवर्जक पदमाला.

५९) वर्गीकरण म्हणजे

(a) निवड करणे (b) विभाजन करणे
(c) समान गुणांच्या संख्येचे असमान गुणापासून वेगळे करणे
(d) समान मुल्य संग्रहीत करणे.

६०) खालील पैकी कोणती एक प्राथमिक आकडेवारी संग्रहणाची पद्धती आहे?

(a) सरकारी अहवाल (b) पुस्तके
(c) मासिके (d) मुलाखत

६१) खालील माहितीच्या आधारे बहुलक काढा?

X : 10, 12, 16, 12, 18, 20

(a) १० (b) १२ (c) १६ (d) २०

६२) खालील पैकी सत्य विधान ओळखा.

- (a) सांख्यिकीचा उपयोग फक्त सामाजिक शास्त्रातच होतो.
- (b) सांख्यिकी फक्त गुणात्मक विवेचन करते.
- (c) सांख्यिकीचा उपयोग सर्व विषयामध्ये केला जातो.
- (d) सांख्यिकीचा उपयोग फक्त नैसर्गिक शास्त्रामध्ये केला जातो.

६३) जर $L_1 = 5$, $L_2 = 10$, $F_1 = 5$, $M = 10$, $C = 5$ तर

- (a) ५
- (b) १०
- (c) १५
- (d) २०

६४) खालील माहितीच्या आधारे १० वे शतमक काढा.

X	f	cf	(a) २	(b) ६
2	1	1	(c) 4	(d) वरीलपैकी एकही नाही.
4	2	3		
6	3	6		
8	1	7		
10	2	9		

६५) खालील माहितीच्या आधारे पहिले चतुर्थक काढा.

X	cf	(a) 2	(b) 4
2	1		
4	2	(c) 6	(d) 8
6	3		
8	4		
10	5		

६६) खालील माहितीच्या आधारे २० वे शतमक काढा.

X	f	cf	(a) 4	(b) 10
4	1	1	(c) 8	(d) 12
8	1	2		
10	2	4		
12	3	7		
14	2	9		

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

६७) खालील पदमाला पूर्ण करा.

X	(a) २० आणि ३०
0---	(b) २० आणि ९०
20-40	(c) २० आणि १००
40-60	(d) ० आणि १००
60-80	
80----	

६८) खालील माहितीच्या आधारे ९ वे दशमक काढा.

X	cf	(a) 6
4	1	(b) 8
6	2	(c) 10
8	3	(d) 12
10	4	
12	5	

६९) सोडवा. $a = 15 + \frac{-15}{-15}$

(a) १४ (b) 15 (c) 16 (d) यापैकी नाही.

७०) खालील दिलेल्या गट I व गट II मधुन योग्य जोड्या लावा.

गट I	गट II
(a) माध्य	(i) $3M-2a$
(b) बहुलक	(ii) $\frac{\sum f dx}{N}$
(c) मध्यका	(iii) $L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f_1} (m - c)$
(d) चतुर्थक	(iv) $\frac{N+1}{4}$

संकेतांक

	A	B	C	D
(a)	(i)	(ii)	(iii)	(iv)
(b)	(ii)	(i)	(iv)	(iii)
(c)	(iv)	(iii)	(ii)	(i)

(d) (ii) (i) (iii) (iv)

७१) सोडवा. $M = 30 + \frac{40-30}{10} (33 - 30)$

(a) 31 (b) 32 (c) 33 (d) 30

७२) 10: 100: :11: -----?

(a) 110 (b) 121 (c) 120 (d) 1000

७३) खालील माहितीच्या आधारे बहुलक काढा.

X	f	(a) 10
5	5	(b) 12
10	6	(c) 14
12	10	(d) 16
14	9	
16	4	

७४) जर $N=19$ तर $Q_3 = ?$

(a) 15 (b) 14 (c) 19
(d) 20

७५) सोडवा. $z = 20 + \frac{10-5}{2 \times 10 - 5 - 5} (20 - 16)$

(a) 22 (b) 20 (c) 24 (d) 30

७६) जर $N = 7$ तर $d_7 = ?$

(a) 56 (b) 10 (c) 7 (d)

5.6

७७) खालील पदमाला पूर्ण करा.

X	(a) 90
0-10	(b) 100
10-30	(c) 110
30-60	(d) 80
60-.....	

७८) सोडवा. $a = 25 + \frac{25}{5} X - 5$

(a) 50 (b) 25 (c) 5 (d) 10

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

७९) खालील माहितीच्या आधारे मध्यका काढा.

X	f	(a) 2
2	1	(b) 4
4	2	(c) 6
6	3	(d) 8
8	4	
10	5	

८०) सोडवा. $Q_3 = \frac{3(119+1)}{4}$

- (a) 9.0 (b) 90 (c) 0.91
(d) 3.20

८१) जर $N = 9$ तर $d_9 = ?$

- (a) 90 (b) 9 (c) 0.9
(d) 0.09

८२) खालील माहितीच्या आधारे प्रथम चतुर्थक काढा.

X	cf	(a) 4
2	1	(b) 6
4	2	(c) 8
6	3	(d) 10
8	4	

८३) सोडवा. $D = 20 + \frac{10-5}{5} (5 - 5)$

- (a) 0 (b) 5 (c) 10 (d) 20
८४) जर $L_1 = 10, L_2 = 20, F_1 = 10, P_{60} = 10$, आणि $C = 9$ तर $P_{60} = ?$

- (a) 1 (b) 11 (c) 10 (d) 9
८५) सोडवा. $z = 10 + \frac{10-7}{2 \times 10 - 7 - 12} (7 - 10)$

८६) $2 : 4 : 16 : \dots\dots\dots ?$

- (a) 28 (b) 30 (c) 256 (d) 625

८७) 10 : 90 : 11 : 110 : 12:?

(a) 120 (b) 213 (c) 132 (d) 150

८८) शतमकात किती भाग असतात. ?

(a) 4 (b) 10 (c) 99 (d) 100

८९) खालील माहितीच्या आधारे मध्यका गट काढा.

X	f	c.f.
0-5	0	0
5-10	1	1
10-15	2	3
15-20	3	6
20-25	1	7

(a) 0 – 5 (b) 5 - 10 (c) 10 - 15 (d) 15 - 20

९०) सोडवा. $z = 20 + \frac{9-3}{2 \times 9 - 3 - 9} (10 - 4)$

(a) 22 (b) 26 (c) 28 (d) 30

९१) सोडवा. $M = 111 + \frac{111-110}{11} (56 - 45)$

(a) 110 (b) 111 (c) 112 (d) 1

९२) जर $D_2 = 5 + \frac{55-5}{5} (5 - 5)$ तर $D_2 = ?$

(a) 5 (b) 15 (c) 10 (d) 0

९३) जर $N = 9$ तर $D_9 = \frac{9(N+1)}{10} = \dots ?$

(a) 9 (b) 90 (c) 0.9

(d) 1

९४) खालील माहितीच्या आधारे बहुलक काढा.

X	f	
10	5	(a) 10
12	15	(b) 12
14	14	(c) 14
16	2	(d) 16

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

९५) सोडवा. $10 + \frac{10-10}{10} (100 - 10)$

(a) 0 (b) 1 (c) 10 (d) 100

९६) खालील माहितीच्या आधारे मध्यका काढा.

X	cf	
2	1	(a) 2
4	2	(b) 4
6	3	(c) 6
8	4	(d) 8
10	5	

९७) सोडवा. $5 + \frac{55-50}{5} (50 - 55)$

(a) 10 (b) -1 (c) 0 (d) 5

९८) संचित वारंवारिता लक्षात घेऊन काढलेल्या वक्राला म्हणतात.

(a) वारंवारिता बहूभुज वक्र (b) संचित वारंवारिता वक्र
(c) आलेख (d) वरील पैकी एकही नाही.

९९) संचित वारंवारिता वक्र किती पद्धतीने काढला जातो.

(a) ३ (b) ४ (c) २ (d) १

१००) च्या पेक्षा कमी वारंवारितेचा वक्र सातत्याने सरकारा असतो.

(a) वरवर (b) खालीखाली
(c) a व b दोन्ही (d) यापैकी नाही.

१०१) कोणता आलेख वक्र खुल्या शेवट पदमालेत काढता येत नाही.

(a) आयताचित्र (b) वारंवारिता बहूभुज
(c) संचित वारंवारिता वक्र (d) a व b दोन्ही

१०२) दंडाचा मध्यबिंदू लक्षात घेऊन हे सर्व बिंदू एकाच रेषेच्या साह्याने जोडले असता कोणता वक्र मिळतो.

(a) वारंवारिता बहूभुज (b) संचित वारंवारिता वक्र
(c) आयता चित्र (d) या पैकी नाही.

- १०३) च्या जास्तीच्या वारंवारितेचा वक्र सातत्याने असतो.
 (a) वर वर वाढणारा (b) घटणारा
 (c) समांतर (क्षितीज) (d) Y अक्षाला समांतर
- १०४) दंडाकृतीतील दंडाच्या अर्थ असतो., नसते.
 (a) रुंदीला, उंचीला (b) उंचीला, रुंदीला
 (c) लांबीला, उंचीला (d) वरील पैकी नाही.
- १०५) आयताचित्रात त्याच्या कशाला अर्थ असतो.
 (a) उंची (b) रुंदी
 (c) a व b दोन्ही नाही. (d) a व b दोन्हीला.
- १०६) दोन सरळ रेषा जेव्हा परस्परांना काटकोनात छेदतात. त्या रेषांना म्हणतात.
 (a) अक्ष (b) वक्र
 (c) चित्र (d) काटकोन
- १०७) आलेखाकृती काढण्यासाठी कोणत्या कागदाचा उपयोग केला जातो.
 (a) साध्या कोऱ्या कागदावर (b) ग्राफ पेपरवर
 (c) a व b दोन्हीला. (d) पैकी नाही.
- १०८) दोन सरळ रेषा जेव्हा परस्परांना काटकोनात ज्या बिंदूत छेदतात त्या बिंदूला म्हणतात.
 (a) शेवट बिंदू (b) मर्यादा बिंदू
 (c) उगम बिंदू (d) X बिंदू
- १०९) क्षितीज समांतर रेषेला काय म्हणतात.
 (a) y अक्ष (b) o बिंदू
 (c) X अक्ष (d) X व Y अक्ष
- ११०) X अक्षावर कोणते चल घेतले जाते.
 (a) विसंबीत चल (b) स्वतंत्र चल
 (c) a व b दोन्ही. (d) a व b दोन्हीही नाही.

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

१११) अनेकविध संख्याचे प्रतिनिधीत्व करणाऱ्या एकट्या संख्येला म्हणतात.

- (a) माध्य (b) बहूलक
(c) मध्यका (d) यापैकी नाही.

११२) आकृत्यांचे प्रकार किती.

- (a) ४ (b) ५ (c) ६ (d) ३

११३) एका व्यक्तीचे एकूण उत्पन्न रु. १०००/- आहे या उत्पन्नातून तो रु. ४०० /- अन्नधान्यासाठी खर्च करतो तर वर्तुळाकृतीत किती अंशाचा कोन निर्माण होतो.

- (a) 22° (b) 98° (c) 288° (d) 88°

११४) y अक्षावर कोणते चल लक्षात घेतले जाते.

- (a) स्वतंत्र चल (b) विसंबित चल
(c) गृहीत चल (d) विभाजीत चल

११५) जेव्हा विविध गुणधर्मानुसार दंड विभागले जाते. तेव्हा त्याला काय म्हणतात.

- (a) साधी दंडाकृती (b) बहु दंडाकृती
(c) प्रमाण दंडाकृती (d) विभाजीत दंडाकृती

११६) जेव्हा परस्पर विरुद्ध माहिती आकृतीच्या मदतीने दर्शविली जाते तेव्हा त्याला म्हणतात.

- (a) विचलीत दंडाकृती (b) विभाजीत दंडाकृती
(c) प्रमाण दंडाकृती (d) बहु दंडाकृती

११७) जेव्हा एखाद्या घटकांचे मुल्य त्याच्या लांबी x रुंदी बरोबर असते. तेव्हा कोणती आकृती काढली जाते.

- (a) चौरसाकृती (b) त्रिभुजाकृती
(c) आयताकृती (d) वर्तुळाकृती

११८) निश्चित मध्यापासून घेतलेल्या विचलनाच्या वर्गाची बेरीज इतर कोणत्याही मुल्यापासून घेतलेल्या विचलनाच्या वर्गाच्या बेरजेपेक्षा असते.

(a) जास्त (b) कमी (c) शून्य (d) एक

११९) ज्या आकृतीमध्ये दोन किंवा दोन पेक्षा अधिक दंड परस्परांना जोडून जेव्हा काढले जातात. तेव्हा त्याला म्हणतात.

(a) प्रमाण दंडाकृती (b) विचलीत दंडाकृती
(c) साधा दंडाकृती (d) बहु दंडाकृती

१२०) जर आपणास दोन किंवा दोन पेक्षा अधिक गटांचे मध्य व अवलोक - नाची संख्या माहित असेल तर त्यांच्या मदतीने माहित करता येते.

(a) साधा मध्य (b) खंडीत मध्य
(c) संयुक्त मध्य (d) यापैकी नाही.

२२१) ज्या आकृतीत प्रमाण दर्शविले जाते त्या आकृतीला म्हणतात.

(a) विचलीत दंडाकृती (b) प्रमाण दंडाकृती
(c) साधा दंडाकृती (d) बहु दंडाकृती

१२२) चित्रांचा उपयोग करून माहितीचे प्रदर्शन आकृतीच्या कोणत्या प्रकारात केले जाते.

(a) चित्राद्वारे माहिती (b) आलेख
(c) वर्तुळाकृती (d) वरील पैकी नाही

१२३) समान गुणाच्या संख्येचे असमान गुणापासून वेगळे करणे म्हणजे.

(a) सारणीयन (b) वर्गीकरण
(c) आकृती (d) आलेख

१२४) ज्या सारणीत एकाच वेळी दोनपेक्षा जास्त गुण दर्शविलेले असतात तीला म्हणतात.

(a) बहुगुण सारणी (b) एकमार्गी सारणी
(c) द्विमार्गी सारणी (d) साधी सारणी.

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

१२५) ज्या वर्गीकरणाचा आधार भौगोलिक प्रदेश असतो. त्याला म्हणतात.

- (a) गुणात्मक वर्गीकरण (b) भौगोलिक वर्गीकरण
(c) संख्यात्मक वर्गीकरण (d) काळानुसार वर्गीकरण

१२६) जेव्हा एकाच दृष्टीक्षेपात अनेक वैशिष्ट्ये दाखवावयाची असतात तेव्हा वापरले जाते.

- (a) साधी सारणी (b) दोन मार्गी सारणी
(c) बहू गुण सारणी (d) एकही नाही.

१२७) ज्या वर्गीकरणाचा पाया काळ हा असतो त्याला म्हणतात.

- (a) भौगोलिक वर्गीकरण (b) काळानुसार वर्गीकरण
(c) गुणात्मक वर्गीकरण (d) संख्यात्मक वर्गीकरण

१२८) गटाच्या दोन मुल्यातील अंतराला / फरकाला म्हणतात.

- (a) गट मर्यादा (b) गट वारंवारिता
(c) गट अंतर (d) गट मध्यबिंदू

१२९) जेव्हा एकाच वेळी ओळी व स्तंभ यात दोन गुण दाखविलेले असतात त्याला म्हणतात.

- (a) दोन मार्गी सारणी (b) गुणात्मक वर्गीकरण
(c) साधी सारणी (d) बहुगुण सारणी

१३०) स्तंभ आणि ओळीत लिहिलेली आकडेवारी म्हणजे.

- (a) स्तंभ शीर्षक (b) ओळी शीर्षक
(c) शरीर (d) तळटिप

१३१) या वर्गीकरणाचा पाया गुण असतो.

- (a) भौगोलिक वर्गीकरण (b) काळानुसार वर्गीकरण
(c) गुणात्मक वर्गीकरण (d) संख्यात्मक वर्गीकरण

१३२) म्हणजे दोन उभ्या किंवा लंबाकृती रेषांनी तयार झालेली आकृती होय.

- (a) स्तंभ (b) ओळी (c) संदर्भ (d) शीर्षक

१३३) क्षितीज समांतर भिन्न रेषांना म्हणतात.

- (a) स्तंभ (b) ओळी (c) संदर्भ (d) शरीर

१३४) एकाच वेळी एका गुणाचा विचार करून केलेल्या वर्गीकरणाला म्हणतात.

- (a) साधे वर्गीकरण (b) द्विगुण वर्गीकरण
(c) बहुगुण वर्गीकरण (d) यापैकी नाही.

१३५) सारणीच्या तळाला दिलेली संदर्भ नोंदणी म्हणजे.

- (a) तळटिप (b) शीर्षक
(c) सारणी क्रमांक (d) यापैकी नाही.

१३६) ओळी व स्तंभात मांडणी केलेल्या सांख्यिकीय आकडेवारीला म्हणतात.

- (a) वर्गीकरण (b) सारणीयन
(c) आकृती (d) आलेख

१३७) सारणीचे अंग कोणते.

- (a) सारणी क्रमांक (b) शरीर
(c) स्तंभ व ओळी शीर्षक (d) वरील सर्व.

१३८) वरच्या गटातील मोठे मुल्य हे खालच्या गटाचे लहान मुल्य असते त्याला म्हणतात.

- (a) समावेशक पदमाला (b) खंडीत पदमाला
(c) साधी पदमाला (d) अपवर्जक पदमाला.

१३९) कोणत्या पदमालेत गटातील मोठे मुल्य ज्या गटात घेतले जाते त्यानंतर येणाऱ्या मुल्यांपासून दुसऱ्या गटाचा प्रारंभ होतो.

- (a) समावेशक पदमाला (b) खंडीत पदमाला
(c) साधी पदमाला (d) अपवर्जक पदमाला.

१४०) कोणत्या पदमालेत चलांच्या मुल्यांचे विविध गट तयार केले जातात.

- (a) साधी पदमाला (b) खंडीत पदमाला
(c) संतत पदमाला (d) यापैकी नाही.

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

१४१) कोणत्या पदमालेत गटातील प्रारंभीचे मुख्य किंवा शेवटचे मुख्य दिलेले नसते.

- (a) साधी पदमाला (b) संतत पदमाला
(c) प्रारंभ शेवट पदमाला (d) खंडीत पदमाला.

१४२) कोणत्या वर्गीकरणात एकाच वेळी दोन पेक्षा अधिक गुणांचा विचार केला जातो.

- (a) काळानूसार वर्गीकरण (b) बहुगुण वर्गीकरण
(c) द्विगुण वर्गीकरण (d) साधे वर्गीकरण

१४३) संग्रहित केलेल्या माहितीच्या चलाचे मुख्य जेव्हा चढत्या किंवा उतरत्या क्रमाने मांडले जाते तेव्हा

त्या पदमालेला म्हणतात.

- (a) संतत पदमाला (b) खंडीत पदमाला
(c) साधी पदमाला (d) प्रारंभ शेवट पदमाला.

१४४) संग्रहित माहितीत मुल्याची किती वेळा पुनरावृत्ती होते हे दर्शविणाऱ्या संख्येस म्हणतात.

- (a) संचित वारंवारिता (b) खंडीत वारंवारिता
(c) संतत वारंवारिता (d) वारंवारिता

१४५) वारंवारितेसह मुल्यांच्या केलेल्या मांडणीस म्हणतात.

- (a) साधी पदमाला (b) खंडीत पदमाला
(c) खंडीत वारंवारिता (d) a व b दोन्ही.

१४६) संग्रहित केलेल्या माहितीच्या गुणांचे संख्येनुसार केलेले वर्गीकरण म्हणजे.

- (a) बहुगुण वर्गीकरण (b) गुणात्मक वर्गीकरण
(c) संख्यात्मक वर्गीकरण (d) द्विगुणी वर्गीकरण

१४७) दोन गुणांचा कोणत्या वर्गीकरणात विचार केला जातो.

- (a) द्विगुणी वर्गीकरण (b) भौगोलिक वर्गीकरण
(c) संख्यात्मक वर्गीकरण (d) यापैकी नाही.

१४८) वारंवारितेसह केलेली मांडणी म्हणजे

- (a) साधी पदमाला (b) खंडीत पदमाला
(c) संतत पदमाला (d) प्रारंभ-शेवट पदमाला

१४९) भारांकित समांतर मध्याचे सूत्र कोणते.

- (a) $\bar{x} w = \frac{\varepsilon \omega x}{\varepsilon \omega}$ (b) $\bar{x} w = \frac{\varepsilon \omega}{\varepsilon \omega x}$
(c) $xw = \frac{\varepsilon \omega x}{\varepsilon \omega}$ (d) $w = \frac{\varepsilon \omega x}{\varepsilon \omega}$

१५०) जर $\varepsilon \omega = 76$ व $\varepsilon \omega x = 2810$ तर भारांकित मध्य = ?

- (a) ३७.८९ मैल (b) ३९.८९ मैल
(c) ३३.८९ मैल (d) ३६.८९ मैल

१५१) दिलेल्या मुल्यांतील मध्यवर्ती मुल्य म्हणजे -----

- (a) माध्य (b) बहुलक
(c) मध्यका (d) चतुर्थक

१५२) हे अवलोकनातील प्रत्येक मुल्यापासून काढले जातात.

- (a) मध्य (b) बहुलक
(c) मध्यका (d) चतुर्थक

१५३) खालील माहितीच्या आधारे मध्यका काढा/सांगा.

X : 4 , 6, 8, 10, 12, 14

- (a) 3.5 (b) 4 (c) 8
(d) 9

१५४) दिलेल्या पदमालेत ज्या मुल्यांची सर्वात अधिक वेळा पुनरावृत्ती होते.

त्या मुल्यास म्हणतात.

- (a) मध्य (b) बहुलक
(c) मध्यका (d) चतुर्थक

१५५) ज्या विभाजनात मध्य = मध्यका = बहुलक असते. अशा

विभाजनाला म्हणतात.

- (a) साधारण विभाजन (b) विषम विभाजन
(c) अंतर विभाजन (d) खंडीत विभाजन

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

१५६) ज्या विभाजनात $a \neq M \neq Z$ असते त्या विभाजनाला म्हणतात.

- (a) साधारण विभाजन (b) विषम विभाजन
(c) सम विभाजन (d) यापैकी नाही.

१५७) ज्या पदमालेत दोन किंवा दोनपेक्षा अधिक बहूलक असतात त्यांना म्हणतात.

- (a) बहु-बहूलक (b) बहूलक
(c) द्वि बहूलक (d) a व c दोन्ही.

१५८) ज्या मुल्यांची वारंवारिता सर्वात अधिक असते तेच मुल्य असते.

- (a) मध्य (b) मध्यका (c) बहूलक (d) द्वितीय चतुर्थक

१५९) कोणत्या पद्धतीत नमुन्याची निवड सर्वेक्षकाच्या सोयीवर अवलंबून असते.

- (a) नियमबद्ध नमुना (b) सोयीचा नमुना
(c) बहूस्तरीय नमुना (d) या पैकी नाही

१६०) कोणत्या पद्धतीत वेगवेगळ्या स्तरांवर नमुन्याची निवड केली जाते.

- (a) बहूस्तरीय नमुना (b) नियमबद्ध नमुना
(c) अस्वैर नमुना (d) स्तरीय नमुना पद्धती

१६१) “संभाव्यता आणि अपेक्षांचा अभ्यास करणारे शास्त्र म्हणजे सांख्यिकी होय.” ही व्याख्या कोणाची आहे.

- (a) बोडिंग्टन (b) बॉउले
(c) क्रोजन (d) थुल आणि कॅनडॉल.

१६२) प्रश्नावलीद्वारे गोळा केलेल्या माहितीला म्हणतात.

- (a) संख्यात्मक माहिती (b) संग्रहीत माहिती
(c) प्राथमिक माहिती (d) द्वितीय माहिती

१६३) खालीलपैकी सत्य विधान ओळखा.

- (a) सांख्यिकीचा उपयोग फक्त सामाजिक शास्त्रात होतो.
(b) सांख्यिकी फक्त गुणात्मक विवेचन करते.
(c) सांख्यिकीचा उपयोग फक्त नैसर्गिक शास्त्रात केला जातो.
(d) सांख्यिकीचा उपयोग सर्व विषयात केला जातो.

१६४) खालीलपैकी कोणती प्राथमिक आकडेवारी संग्रहणाची पद्धत आहे.

- (a) मुलाखत (b) प्रश्नावली
(c) अप्रत्यक्ष मौखिक मुलाखत (d) सर्व

१६५) संचित वारंवारिता म्हणजे

- (a) मुल्याची बेरीज (b) वारंवारितेची बेरीज
(c) मुल्याचे विचरण (d) विभाजित मुल्य

१६६) खालीलपैकी कोणता एक वर्गीकरणाचा प्रकार नाही.

- (a) सामाजिक वर्गीकरण (b) कालानुसार वर्गीकरण
(c) गुणात्मक वर्गीकरण (d) संख्यात्मक वर्गीकरण

१६७) समंकाच्या ओळी आणि स्तंभातील सुव्यवस्थित मांडणीला म्हणतात.....

- (a) आलेख (b) मालिकाकरण
(c) सारणीयन (d) वर्गीकरण

१६८) खालीलपैकी कोणती एक द्वितीय माहिती संग्रहणाची पद्धती आहे.

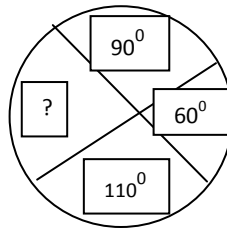
- (a) मुलाखत (b) सरकारी अहवाल
(c) प्रश्नावली (d) प्रस्तुतीकरण

१६९) खालीलपैकी कोणती माहिती संग्रणाचे स्रोत आहे.

- (a) प्राथमिक माहिती (b) द्वितीय पद्धती
(c) साधी पद्धती (d) a व b दोन्ही.

१७०) प्रश्नचिन्हाच्या जागी योग्य संख्या लिहा.

- (a) 100^0
(b) 90^0
(c) 120^0
(d) 360^0



लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

१७१) खालीलपैकी कोणता एक दंडाकृतीचा प्रकार नाही.

- (a) साधी दंडाकृती (b) बहू दंडाकृती
(c) सरासरी दंडाकृती (d) उपविभाजित दंडाकृती

१७२) सांख्यिकी ----- आहे.

- (a) कला (b) शास्त्र
(c) कला व शास्त्र (d) वरील पैकी नाही.

१७३) दशमकात किती भाग असतात.

- (a) चार (b) दहा (c) शंभर (d) दोन

१७४) सांख्यिकी हे कोणत्या प्रकारचे शास्त्र आहे.

- (a) गणितीय शास्त्र (b) नैसर्गिक शास्त्र
(c) आदर्शवादी शास्त्र (d) शारीरिक शास्त्र

१७५) खालील पैकी कोणता सारणीचा प्रकार आहे ?

- (a) एकमार्गी सारणी (b) द्विमार्गी सारणी
(c) बहुगुणी सारणी (d) वरील सर्व

१७६) खालील माहितीच्या आधारे समान्तर माध्य काढा.

$$a = 10 + \frac{-20}{10}$$

- (a) १२ (b) ० (c) ८ (d) १०

१७७) खालील पदमाला पूर्ण भरा.

10-20

20-.....

30-40

40-50

50-60

... -70

(a) 20 ते 30

(b) 20 ते 60

(c) 30 ते 40

(d) 30 ते 60

१७८) खालील माहितीच्या आधारे बहुलक काढा.

$$X : 5, 7, 6, 5, 4, 3, 6, 18, 6$$

(a) ५ (b) ६ (c) ८ (d) ७

१७९) जर $L_1 = 10, L_2 = 20, F_1 = 5, M = 10, C = 5$ तर मध्यका काढा.

(a) २० (b) १० (c) १५ (d) ५

१८०) जर $N = 23$, तर $Q = ?$

(a) १० (b) १४ (c) १८ (d) १६

१८१) जर $L_1 = 5, L_2 = 10, F_1 = 5, p_{50} = 10, C = 8$ $P_{50} = ?$ काढा.

(a) ९ (b) ८ (c) १० (d) ७

१८२) सोडवा. $D_2 = 10 + \frac{20-10}{2} (20 - 10)$

(a) ५० (b) ६० (c) १० (d) १००

१८३) जर $M = 100$ आणि $a = 50$ तर $Z = 3M - 2a$ काढा.

(a) २०० (b) १०० (c) ३०० (d) ५०

१८४) सोडवा. $20 + \frac{6-3}{2 \times 6 - 3 - 2} (6 - 3)$

(a) १५.२८ (b) २०.१५ (c) २१.२८ (d) २०.००

१८५) खालील माहितीच्या आधारे तिसरे चतुर्थक काढा.

X	f	cf	
1	1	1	(a) 4
2	1	2	(b) 3
3	1	3	(c) 2
4	2	5	(d) 5
5	6	11	

१८६) सोडवा. $M = 20 + \frac{30-20}{10} (23 - 20)$

(a) २२ (b) २३ (c) २१ (d) २४

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

१८७) खालील माहितीच्या आधारे शेवटच्या मुल्याची संचित वारंवारिता काढा.

X	f	
5	2	(a) 15
10	4	(b) 18
15	5	(c) 19
20	0	(d) 17
25	3	
30	5	

१८८) खालील माहितीच्या आधारे २० वे शतमक काढा.

X	f	cf	
4	1	1	(a) 8
8	1	2	(b) 4
12	2	4	(c) 10
16	3	7	(d) 12
20	2	9	

१८९) खालील माहितीच्या आधारे ८ वे दशमक काढा

X	f	
5	1	(a) 9
6	2	(b) 12
9	3	
12	4	(c) 14
14	5	(d) 16
16	6	

१९०) खालील माहितीच्या आधारे बहुलक शोधा.

X	f	
10	3	(a) 15
15	5	(b) 20
20	8	(c) 25
25	2	(d) 30
30	1	

१९१) खालील माहितीचा आधारे मध्यका गट शोधा.

X	f	cf	
0-10	2	2	(a) 10-20
10-20	4	6	(b) 20-30
20-30	6	12	(c) 30-40
30-40	8	20	(d)
40-50			
40-50	5	25	
50-60	3	28	

१९२) जर $N = 10$ तर $P_{99} = \frac{99(N+1)}{100} = ?$

(a) १०.८९ (b) ११.८९ (c) १३.८९ (d) ९.९

१९३) पुढे दिलेल्या निरीक्षणाचे समांतर माध्य खालीलपैकी कोणते.

X : 10, 16, 8, 8, 20, 12

(a) १० (b) १२ (c) १६ (d) १४

१९४) खालील माहितीच्या आधारे मध्यगा काढा.

X : 2, 4, 6, 8, 10

(a) ४ (b) ६ (c) २ (d) ८

१९५) सोडवा. $5 : 25 :: 6 : 36 :: 7 : \text{----} ?$

(a) ४९ (b) ५६ (c) ३५ (d) ४२

१९६) सोडवा. $M = 111 + \frac{111-110}{11} (56 - 45)$

(a) १ (b) ११० (c) १११ (d) ११२

१९७) सोडवा. $2 : 4 :: 3 : 9 :: 4 : \text{.....} ?$

(a) ६ (b) १६ (c) २६ (d) १२

१९८) जर $N_0 = 10$, $\varepsilon f dx = 60$ तर समान्तर माध्य = ?

(a) ८ (b) ५ (c) ६ (d) १०

१९९) खालील माहितीच्या आधारे पहिले चतुर्थक काढा.

लेखक : डॉ. राजेश उंबरकर

X	cf	
2	1	(a) 6
4	2	(b) 8
6	3	(c) 4
8	4	(d) 2
10	5	
12	6	
14	7	

२००) जोड्या लावा.

(a) माध्य	(i) $\frac{N+1}{4}$
(b) बहुलक	(ii) $\frac{\sum f dx}{N}$
(c) मध्यका	(iii) $\frac{N+1}{2}$
(d) चतुर्थक	(iv) 3M-2a

संकेतांक

	(a)	(b)	(c)	(d)
(a)	(ii)	(iv)	(iii)	(i)
(b)	(ii)	(iv)	(i)	(iii)
(c)	(iii)	(ii)	(i)	(iv)
(d)	(iv)	(i)	(ii)	(iii)

उत्तरे

1-d	2-d	3-b	4-b	5-d	6-d	7-b	8-b
9-d	10-b	11-c	12-d	13-d	14-c	15-b	16-d
17-a	18-d	19-a	20-a	21-d	22-b	23-b	24-a
25-a	26-d	27-b	28-b	29-c	30-a	31-c	32-a
33-d	34-b	35-b	36-a	37-d	38-b	39-c	40-d
41-b	42-b	43-b	44-a	45-c	46-d	47-c	48-b
49-b	50-a	51-d	52-c	53-d	54-a	55-c	56-a
57-a	58-c	59-c	60-d	61-b	62-c	63-b	64-a
65-a	66-b	67-c	68-d	69-c	70-d	71-c	72-b
73-b	74-a	75-a	76-d	77-a	78-d	79-c	80-b

सांख्यिकीय पद्धती

81-b	82-a	83-d	84-b	85-c	86-c	87-c	88-d
89-d	90-b	91-c	92-a	93-a	94-b	95-c	96-c
97-c	98-b	99-c	100-a	101-d	102-a	103-b	104-b
105-d	106-a	107-b	108-c	109-c	110-b	111-a	112-c
113-b	114-b	115-d	116-a	117-c	118-b	119-d	120-c
121-b	122-a	123-b	124-a	125-b	126-c	127-b	128-c
129-a	130-c	131-c	132-a	133-b	134-a	135-a	136-b
137-d	138-d	139-a	140-c	141-c	142-b	143-c	144-d
145-b	146-c	147-a	148-b	149-a	150-d	151-c	152-a
153-d	154-b	155-a	156-b	157-d	158-c	159-b	160-a
161-c	162-c	163d-	164-d	165-b	166-a	167-d	168-b
169-d	170-a	171-c	172-c	173-b	174-a	175-d	176-c
177-d	178-b	179-a	180-c	181-d	182-b	183-a	184-c
185-d	186-b	187-c	188-a	189-d	190-b	191-c	192-a
193-b	194-b	195-a	196-d	197-b	198-c	199-c	200-d

SYMBOLS

a = समांतर मध्य

assumed mean (\bar{x}) = गृहीत मध्य

c.f. = संचित वारंवारिता

c = cf च्या आधीची संख्या

f = वारंवारिता

dx = गृहित मध्यापासूनचे विचलन

$D_1, D_2, D_3, \dots, D_n$ = प्रथम दशमक, द्वितीय दशमक, तृतीय दशमक नववे दशमक

D / d = दशमक

M / m = मध्यका

Z = बहूलक / भुयिष्टक

I = वर्गांतर

MV = मध्य बिंदू

f_0 = आधीच्या गटाची वारंवारिता

f_1 = आलेल्या गटाची वारंवारिता

f_2 = नंतरच्या गटाची वारंवारिता

G.M. = भौमितिक मध्य

H.M. = होरात्मक मध्य

L_1 = गटातील लहान मुल्य

L_2 = गटातील मोठे मुल्य

N = वारंवारीतेची बेरीज / एकूण अवलोकनाची संख्या ($\sum f$)

Q / q = चतुर्थक

Q_1, Q_2, Q_3 = प्रथम चतुर्थक, द्वितीयक चतुर्थक व तृतीयक चतुर्थक

P / p = शतमक

$P_{10}, P_{11}, P_{12}, \dots, P_{99}$ = दहावे शतमक नव्याने शतमक

Σ = ची बेरीज / समेशन

\bar{x} = समांतर मध्य / x बार

संदर्भ सूची (Bibliography)

1. Fundamental of Applied Statistics, S. C. Gupta, V.K. Kapoor, ISBN 81-7014-151-6, 2006.
2. Statistical Methods, S.P. Gupta, Sultan Chand & Sons Educational Publishers, New Delhi, ISBN 81-8054-561-X, 2007.
3. Fundamentals of statistics for Business and Economics, V.K. Kapoor, May 2005.
4. Statistics, D.C. Sancheti, ISBN 81-7014-276-8, 2005.
5. व्यावसायिक गणित सांख्यिकी, मंगळगिरी, डॉ. देशकर, डॉ. देशपांडे, पिंपळपुरे अॅण्ड कं. पब्लिशर्स, नागपूर.
6. डॉ. बोधनकर एस. एन. सांख्यिकी, १९८५
7. मूलभूत सांख्यिकी, प्रा. राम देशमुख, विदया प्रकाशन, नागपूर.

.....